



**Mariana  
Santos Costa**

**O Problema de Seleção de Fornecedores  
Considerando Vários Produtos**





**Mariana  
Santos Costa**

## **O Problema de Seleção de Fornecedores Considerando Vários Produtos**

Dissertação apresentada à Universidade de Aveiro para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Matemática e Aplicações, realizada sob a orientação científica da Doutora Maria Cristina Saraiva Requejo Agra, Professora Auxiliar do Departamento de Matemática da Universidade de Aveiro.



**o júri / the jury**

presidente / president

**Doutor António Ferreira Pereira**

Professor Auxiliar da Universidade de Aveiro

vogais / examiners committee

**Doutora Maria Adelaide da Cruz Cerveira**

Professora Auxiliar da Universidade de Trás-Os-Montes e Alto Douro

**Doutora Maria Cristina Saraiva Requejo Agra**

Professora Auxiliar da Universidade de Aveiro



## **agradecimentos / acknowledgements**

Primeiramente agradeço à minha família, em particular aos meus pais por todo o esforço que fizeram para que eu pudesse chegar até aqui e pelo amor incomensurável que expressaram durante todo o meu percurso acadêmico. Agradeço às minhas irmãs e ao João Rufino por terem estado sempre do meu lado durante esta fase, pela força e pelo apoio em certos momentos difíceis.

Quero deixar o meu profundo e sentido agradecimento à Professora Doutora Cristina Requejo por toda a dedicação, compreensão e confiança que sempre manifestou. O seu apoio pedagógico, os desafios cada vez mais complexos que me foi colocando, o estímulo e a exigência crescente foram determinantes para a conclusão deste trabalho.

Por último deixo um agradecimento muito especial a todos os meus amigos pelos momentos maravilhosos e inesquecíveis que partilhámos nesta caminhada e que levarei para o resto da vida. Em particular ao meu amigo Filipe Rodrigues pelo apoio, companheirismo e pela amizade incondicional que demonstrou ao longo de todo o meu percurso.





## Resumo

As mudanças que ocorrem a nível mundial obrigam as empresas a serem cada vez mais competitivas. A seleção de fornecedores é uma das atividades mais críticas de uma empresa. Estas vivem em contacto com inúmeros fornecedores, o que aumenta a oferta de produtos disponíveis, tornando a seleção de fornecedores uma tarefa complexa.

Nesta dissertação, estudamos o problema de seleção de fornecedores para vários produtos, considerando descontos de quantidade por patamares, custos de transporte e valores mínimos de encomenda impostos pelos fornecedores. Para solucionar este problema apresentamos dois modelos. O primeiro usa o método *Analytic Hierarchy Process* (AHP) e o segundo tem por base a Programação Multi-Objetivo. Estes dois modelos são aplicados a doze exemplos gerados aleatoriamente e a três exemplos reais da empresa HFA- Henrique, Fernando & Alves, S.A.



## **Abstract**

Nowadays, companies have to be more and more competitive due to the changes occurred worldwide. The suppliers selection is the core of a company, because due to the offer available the companies deal with several suppliers. Thus, this selection becomes a very complex task. Throughout this essay, we focus on the suppliers selection to several products having into consideration discounts of quantity defined by levels, transportation costs and the minimum values for each order required by suppliers. In order to solve this problem we present two models. The first one uses the Analytic Hierarchy Process (AHP) method and the second one is based on Multi Objective Programming. These two models are applied to eight examples, randomly generated and to three actual examples of the HFA- Henrique, Fernando & Alves, S.A. Company.



# Conteúdo

Conteúdo	i
Lista de Figuras	iii
Lista de Tabelas	v
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2 Critérios Utilizados na Seleção de Fornecedores</b>	<b>7</b>
<b>3 <i>Analytic Hierarchy Process</i> (AHP)</b>	<b>13</b>
3.1 Descrição do Método AHP . . . . .	14
3.2 Consistência do Método AHP . . . . .	21
3.3 Método AHP para Vários Produtos . . . . .	22
3.3.1 Aplicação do Método AHP Considerando Avaliação para Todos os Produtos em Conjunto . . . . .	22
3.3.2 Aplicação do Método AHP Considerando Avaliação para Cada Pro- duto Individualmente . . . . .	23
<b>4 Programação Multi-Objetivo</b>	<b>25</b>
4.1 Métodos Clássicos de Otimização . . . . .	27
<b>5 Problema Proposto</b>	<b>29</b>
5.1 Descrição do Problema Proposto . . . . .	29
5.2 Desenvolvimento dos Modelos . . . . .	30
5.2.1 Notação . . . . .	30
5.2.2 Descrição das Restrições . . . . .	32
5.2.3 Modelo que usa Programação Multi-Objetivo (MMO) . . . . .	34

5.2.4	Modelo que usa o Método AHP (MAHP) . . . . .	35
<b>6</b>	<b>Resultados Computacionais</b>	<b>37</b>
6.1	Exemplos Gerados Aleatoriamente . . . . .	37
6.2	Exemplos Provenientes da HFA . . . . .	45
<b>7</b>	<b>Conclusão</b>	<b>49</b>
	<b>Bibliografia</b>	<b>53</b>
	<b>Apêndice</b>	<b>59</b>

# Lista de Figuras

3.1	Hierarquia do método AHP. . . . .	14
6.1	Matriz de comparação de critérios. . . . .	39
6.2	Matriz com a avaliação de cada fornecedor em relação a cada produto. . .	40





# Lista de Tabelas

2.1	Classificação dos 23 critérios apresentados no estudo de Dickson[11]. . . . .	9
2.2	Os vários critérios de seleção que surgiram na literatura. . . . .	11
3.1	Escala de Satty[37]. . . . .	15
3.2	Valor do ICA em função do tamanho da matriz. . . . .	21
6.1	Informação da quantidade pedida de cada produto. . . . .	38
6.2	Informação do custo de transporte e do valor mínimo de encomenda de cada fornecedor. . . . .	38
6.3	Apresentação dos fornecedores selecionados pelo método AHP. . . . .	40
6.4	Resultados obtidos usando o modelo MAHP. . . . .	40
6.5	Resultados obtidos usando o modelo MMO. . . . .	41
6.6	Número de fornecedores, produtos, condições de fornecimento, resultados obtidos usando os modelos MMO e MAHP, soluções de referência e diferenças relativas obtidas para todos os exemplos considerados. . . . .	43
6.7	Número de unidades de equipamentos finais, número de fornecedores, número de produtos, número de condições de fornecimento, resultados obtidos usando os modelo MMO e MAHP, soluções de referência de custo mínimo e data mínima e diferenças relativas. . . . .	46



# Capítulo 1

## Introdução

As mudanças que ocorrem constantemente a nível mundial obrigam as empresas a reduzir os seus gastos e a repensar a forma como é feita a administração dos seus meios de produção e de serviço para que possam sobreviver, e se afirmar cada vez mais, no competitivo mundo empresarial de hoje.

Tomar decisões faz parte do nosso quotidiano. Constantemente somos obrigados a decidir sobre alguns aspetos mais simples ou mais complexos da nossa vida, muitas vezes de forma consciente mas também de forma inconsciente. A seleção de fornecedores é um exemplo de um processo de tomada de decisão complexo e é uma das atividades mais críticas de uma empresa pois, uma boa ou má decisão, pode afetar significativamente o seu desempenho.

A seleção de um fornecedor afeta uma eventual relação comprador-fornecedor pois, se o processo de seleção for feito corretamente e todos os requisitos forem cumpridos é mais provável haver um relacionamento duradouro. Assim, a seleção de fornecedores é definida como sendo o processo de encontrar os fornecedores que são capazes de fornecer ao comprador produtos de qualidade, a preços justos, na quantidade certa e no momento certo. Neste processo são tidos em conta vários critérios, como o custo de aquisição do produto, a qualidade, o desempenho do fornecedor na entrega, etc. Contudo, estes podem variar, dependendo do tipo de produto considerado.

Devido à grande oferta que encontramos nos dias de hoje, o mundo empresarial vive em contacto com inúmeros fornecedores, tornando a tarefa de seleção uma atividade complexa, pelo que, vários métodos de seleção têm sido estudados ao longo do tempo para este problema. Nomeadamente métodos de atribuição de pesos, que têm em conta um ou vários critérios, podendo estes ser tangíveis e/ou intangíveis, métodos de seleção de fornecedores

que só têm em consideração a encomenda de um produto ou de vários produtos, etc.

Um método muito usual na seleção de fornecedores é o método Analytic Hierarchy Process (AHP). Este método, entre outros, é um método que avalia cada fornecedor atribuindo-lhe pesos, escolhendo o melhor em função do valor dessa avaliação tendo em conta vários critérios tangíveis e/ou intangíveis.

A maioria dos problemas reais de otimização surge de áreas como a ciência, a engenharia, a economia e a logística, envolvendo vários objetivos que devem ser atingidos em simultâneo, entrando estes muitas vezes em conflito uns com os outros. Por exemplo, no ramo automóvel, quando se pretende comprar um carro, o importante é minimizar o custo enquanto se maximiza o conforto e maximizar o desempenho enquanto se minimiza o consumo de combustível. Além disso, muitas vezes, preços baixos podem vir associados a baixa qualidade ou a longos prazos de entrega. Assim, a presença de vários critérios a serem otimizados dá origem a problemas de Programação Multi-Objetivo.

Ao longo do tempo a Programação Multi-Objetivo tem sido a técnica mais usada para resolver problemas de seleção de fornecedores com vários produtos. Em 2003, Dahel[9] propôs um modelo multi-objetivo de Programação Linear Inteira Mista que permitia simultaneamente determinar o número de fornecedores a considerar na solução final e as respetivas quantidades de encomenda que lhes deviam ser colocadas. Como critérios de seleção foram usados o preço, o tempo de entrega e a qualidade dos produtos. Além disso, foram também tidas em conta no modelo, restrições de capacidade e descontos de quantidade sendo estes aplicados em função do volume total de compra colocado aos fornecedores. Ainda neste ano, foi apresentada por Zarandi et al.[52] uma abordagem ao problema de seleção de fornecedores usando programação multi-objetivo conjugada com a metodologia Fuzzy. O modelo desenvolvido foi assim chamado de modelo FMODM (Fuzzy Multiple Objectives Decision Making). Nele foram incluídas funções objetivo, restrições e coeficientes fuzzy, sendo que para a obtenção da solução do mesmo este seria convertido posteriormente num modelo com apenas uma função objetivo.

Em 2006, Narasimhan et al.[23] propuseram um modelo multi-objetivo para otimizar a seleção de fornecedores no qual era dada importância a vários critérios, sendo esta dependente do ciclo de vida dos produtos em causa. Alguns dos critérios considerados foram o preço, a complexidade das transações dos produtos, a qualidade e o desempenho dos fornecedores na entrega das encomendas. O modelo em causa foi sujeito a restrições de qualidade, entrega, procura balanceada e descontos de quantidade por patamares.

No ano seguinte, Wadhwa et al.[47] apresentaram um modelo multi-objetivo para o

problema de seleção de fornecedores, sendo considerados como critérios de seleção o preço, o tempo de entrega e a qualidade (avaliada através do número de unidades rejeitadas). Neste modelo foram ainda considerados descontos de quantidade em patamares relativamente a cada produto, ou seja, descontos não lineares, pelo que houve necessidade de introduzir restrições de linearização da função desconto. Ainda em 2007, Xia et al.[50] propuseram uma abordagem integrada do método *Analytic Hierarchy Process* (AHP) com conjuntos fuzzy, tendo sido usada Programação Linear Inteira Mista Multi-Objetivo. Esta abordagem tinha como objetivo determinar medidas de desempenho de fornecedores que seriam usadas posteriormente no modelo multi-objetivo, o qual procurava simultaneamente maximizar esse desempenho e a quantidade de produtos entregues dentro do prazo estabelecido. Além disso, pretendia-se também minimizar a quantidade de material defeituoso e os custos totais de compra (sujeitos a descontos de quantidade definidos mediante o volume de encomendas colocadas a cada fornecedor). Foram ainda consideradas restrições de capacidade associadas aos fornecedores.

Em 2008 e no ano seguinte, Torabi et al.[44, 45] utilizaram programação linear inteira mista multi-objetivo aliada à teoria fuzzy para resolver o problema de seleção de fornecedores considerando vários produtos. Os objetivos fixados foram a minimização do custo logístico total, minimização do número de unidades defeituosas, minimização do número de unidades entregues fora de tempo e ainda a maximização da performance dos fornecedores. Foram também considerados descontos de quantidade definidos por patamares relacionados com o volume de encomendas colocadas aos fornecedores.

Em 2010, Razmi et al.[33] fizeram também uso da programação multi-objetivo no estudo do problema de seleção de fornecedores. Os objetivos considerados foram a minimização do custo total de compra dos produtos e a maximização da performance dos fornecedores. Foram consideradas restrições de capacidade associadas aos fornecedores e vários tipos de descontos de quantidade para os produtos: descontos incrementais (por patamares), descontos em todas as unidades adquiridas e descontos mediante o volume de negócio.

No ano seguinte, Feng et al.[14] desenvolveram um modelo multi-objetivo para o problema de seleção de fornecedores considerando diferentes serviços/produtos, tendo usado no processo de obtenção de solução um Algoritmo de Pesquisa Tabu. Como critérios de seleção de fornecedores foram usados o custo total dos serviços, o tempo de espera dos serviços e ainda a importância da colaboração entre empresas parceiras. Ozkok et al.[26] propuseram uma abordagem denominada *compensatory fuzzy approach* combinada com programação linear multi-objetivo para o problema de seleção de fornecedores. Foram ti-

dos em conta, como critérios de seleção, o custo e a qualidade dos produtos e serviços, sendo também considerados descontos de quantidade e restrições de capacidade.

Em 2013, Nazari-Shirkouhi et al.[24] estudaram também o problema de seleção de fornecedores usando programação linear multi-objetivo combinada com técnicas fuzzy. Procuraram minimizar, simultaneamente, o preço total da compra dos produtos, o número de unidades defeituosas e o número de unidades entregues fora de tempo. Foram usados descontos de quantidade definidos por patamares para cada um dos produtos em causa.

Por fim, no presente ano de 2015, Arikan[3] apresentou um modelo de Programação Linear Inteira Mista Multi-Objetivo combinado com técnicas fuzzy, onde são tidos em conta descontos de quantidade (dependentes do volume total da compra efetuada a cada fornecedor). Neste modelo procurou-se minimizar os custos totais, o número de unidades rejeitadas e ainda o número de unidades entregues fora do tempo.

A formulação do problema que apresentamos nesta dissertação é semelhante à que foi usada por Wadhwa et al.[47], contudo, não foi usado qualquer processo de linearização das restrições associadas aos descontos de quantidade. Dois aspetos que não se encontram nos trabalhos anteriormente referidos e que são tidos em conta no problema de Programação Multi-Objetivo e no modelo que usa o método AHP propostos nesta dissertação é a necessidade de encomenda de quantidades múltiplas do tamanho dos lotes de embalagem dos produtos.

O problema em causa surgiu no âmbito do estágio curricular decorrido na empresa *Talents & Treasures, Lda (T&T)*. Este estágio foi realizado em conjunto com o Filipe Rodrigues, tendo daí resultado duas teses sendo uma delas a que aqui se apresenta e a outra a intitulada *Problema de Seleção de Fornecedores para Vários Produtos Considerando Descontos de Quantidade* [35]. No decorrer da escrita destas teses foi ainda submetido um artigo cujo título é *The Suppliers Selection Problem: A Case Study* [8].

A empresa *Talents & Treasures* foi constituída em 2012 e encontra-se localizada na cidade de Águeda, na Incubadora de Empresas da cidade. É uma empresa tecnológica que tem como objetivo principal criar e desenvolver soluções próprias e por medida, relacionadas principalmente com as temáticas dos *Serious Games*, *Internet of Things* e *Smart Cities*. No decorrer deste estágio foi proposto por parte da empresa, a elaboração de uma ferramenta que permitisse a obtenção de orçamentos automáticos para uma outra empresa, a HFA-*Henrique, Fernando & Alves, S.A.*

A empresa HFA-*Henrique, Fernando & Alves, S.A.*, foi fundada em 1995, sendo criada para providenciar serviços especializados de montagem e teste de placas eletrónicas. Ao

longo do tempo, com o aumento dos níveis de exigência dos clientes, a tecnologia, os equipamentos e a experiência que a empresa possui também foram crescendo. Atualmente, a HFA oferece uma vasta gama de serviços, desde montagem convencional, montagem automática e teste de equipamento eletrónico e de telecomunicações. A HFA tem como objetivos fornecer produtos fiáveis e de qualidade, providenciar entregas atempadas e garantir um suporte personalizado e qualificado, quer comercialmente quer tecnicamente, através de um contacto diário e permanente com os clientes. Além disso, pretende também ser reconhecida internacionalmente, criando valor para os seus parceiros.

Este estágio teve como objetivo principal criar parte de uma aplicação informática que permitisse à empresa HFA selecionar de forma automatizada um fornecedor para cada um dos produtos necessários à construção de um determinado equipamento, por forma a obter o melhor orçamento possível, com a máxima qualidade e no tempo estipulado, tendo em conta custos de transporte, valores mínimos de encomenda (VME) e desconto de quantidade por patamares. Assim, apresentamos nesta dissertação dois modelos que permitem obter soluções para este problema. O primeiro é baseado no método *Analytic Hierarchy Process* (AHP) e o segundo é baseado na Programação Multi-Objetivo, onde três critérios (preço, qualidade e data de entrega) são tidos em conta nas funções objetivo.

A presente dissertação encontra-se dividida em sete capítulos.

No segundo capítulo, apresentamos uma descrição dos vários critérios considerados ao longo do tempo no problema de seleção de fornecedores.

No terceiro capítulo, é dada a conhecer toda a metodologia base subjacente à aplicação do método *Analytic Hierarchy Process* (AHP) e ainda duas abordagens nas quais este método é aplicado ao problema de seleção de fornecedores para vários produtos.

No quarto capítulo, apresentamos a Programação Multi-Objetivo e um método que transforma este tipo de programação numa com uma única função objetivo. O método usado é o método da Soma Ponderada que utiliza pesos para combinar todas essas funções.

A descrição do problema proposto por parte da empresa, bem como o desenvolvimento dos modelos para a resolução deste, é apresentada no quinto capítulo.

No sexto capítulo, são apresentados os dois métodos desenvolvidos para a resolução do problema proposto, sendo estes aplicados a doze exemplos gerados aleatoriamente e a três projetos reais provenientes da empresa HFA. Neste capítulo é feita também a análise e discussão dos resultados obtidos.

Por último, no sétimo capítulo, são apresentadas as conclusões da presente dissertação bem como sugestões de melhoria para a empresa HFA.





## Capítulo 2

# Critérios Utilizados na Seleção de Fornecedores

O problema de seleção de fornecedores é influenciado, direta ou indiretamente, por vários critérios. Estes são normalmente definidos por uma equipa de pessoas especializadas representantes dos vários setores da empresa, como o da qualidade, engenharia, produção, compra, etc.

Os critérios mais frequentemente valorizados são, o preço, a qualidade, a capacidade de produção e o prazo de entrega. Além destes, muitos outros podem ainda ser considerados. Assim, é necessário definir quais os critérios que realmente importa considerar, tendo em vista não só o tipo de produto mas também a estratégia de negócio da empresa.

Ao longo do tempo, muitos estudos foram realizados com vista à determinação de quais os critérios a considerar no processo de seleção de fornecedores. Em 1966, Dickson[11] realizou um estudo que ainda hoje é uma referência para a maioria dos trabalhos relacionados com problemas de seleção de fornecedores. Este baseou-se num questionário efetuado a 273 agentes de compra selecionados. Como resultado, foram identificados como critérios mais importantes para a seleção de fornecedores os 23 que a seguir se apresentam:

- *preço*, incluindo descontos e custos de carga;
- *qualidade*, mais precisamente a capacidade de cada fornecedor para atender as especificações de forma consistente;
- *serviço de reparação* disponibilizado por cada fornecedor;
- *prazo de entrega*;

- *localização geográfica*;
- *posição financeira* de cada fornecedor;
- *facilidade e capacidade de produção* de cada fornecedor;
- *volume de negócios anteriores* com cada fornecedor;
- *capacidade técnica* de cada fornecedor, incluindo instalações de investigação e de desenvolvimento;
- *gestão e organização* de cada fornecedor;
- *futuras compras e acordos* que cada fornecedor pode fazer com a empresa;
- *sistema de comunicação* de cada fornecedor;
- *controlo operacional* de cada fornecedor, incluindo relatórios de controlo de qualidade e sistema de controlo de inventário;
- *reputação e posição na indústria* de cada fornecedor, incluindo a liderança de produção;
- *registo da relação de trabalho* com cada fornecedor;
- *atitude* de cada fornecedor em relação à empresa;
- *desejo de negócio* de cada fornecedor;
- *garantias e políticas de reivindicação* de cada fornecedor;
- *embalamento* dos produtos de acordo com as condições requeridas;
- *impressão* causada por cada fornecedor em contactos pessoais;
- *formação* e cursos educacionais na utilização dos produtos de cada fornecedor;
- *cumprimento dos procedimentos* de licitação e de operação por parte de cada fornecedor;
- *histórico do desempenho* de cada fornecedor.

Para classificar a importância destes 23 critérios, Dickson realizou cerca de 170 estudos e verificou que o *preço*, a *qualidade* do produto, o *prazo de entrega*, o *histórico do desempenho* do fornecedor e a *política de garantia* utilizada pelo fornecedor estavam entre os mais importantes. Na Tabela 2.1, apresentada abaixo, expõe-se os 23 critérios identificados no estudo de Dickson para a seleção de fornecedores bem como o seu grau de importância e respectiva avaliação.

Classificação	Critério	Classificação principal	Avaliação
1	Qualidade	3.508	Extremamente Importante
2	Data de Entrega	3.147	
3	Histórico do Desempenho	2.998	
4	Garantias Políticas de Reivindicação	2.849	
5	Instalações de Produção e Capacidade	2.775	Importância Considerável
6	Preço	2.758	
7	Capacidade Técnica	2.545	
8	Posição Financeira	2.514	
9	Cumprimento dos Procedimentos	2.488	
10	Sistema de Comunicação	2.426	
11	Reputação e Posição da Indústria	2.412	
12	Desejo de Negócios	2.256	
13	Gestão e Organização	2.216	
14	Controles Operacionais	2.211	
15	Serviço de Reparação	2.187	Importância Média
16	Atitude	2.120	
17	Impressão Causada	2.054	
18	Capacidade de Embalagem	2.009	
19	Relações de Trabalho	2.003	
20	Localização Geográfica	1.872	
21	Historial de Negócios	1.597	
22	Apoio a Formações	1.537	
23	Acordos Futuros	0.610	Pouca Importância

Tabela 2.1: Classificação dos 23 critérios apresentados no estudo de Dickson[11].

Em geral, os 23 critérios identificados por Dickson ainda cobrem a maior parte dos critérios apresentados na literatura até hoje, havendo apenas modificações em relação à importância de alguns desses critérios. Por exemplo, a evolução do ambiente industrial fez com que critérios como o *sistema de comunicação*, o *desejo de negócio* e a *gestão e organização*, apresentados respetivamente na 10<sup>a</sup>, 12<sup>a</sup> e 13<sup>a</sup> posição da Tabela 2.1 (Importância Considerável), passassem a ser critérios de extrema importância.

Mais tarde, em 1991, Weber et al.[48] classificaram os critérios tidos em conta em todos os artigos publicados desde 1966 segundo a sua importância para as organizações. Para isso, foram analisados 74 artigos, sendo que em todos eles foi considerado mais do que um critério. Além disso, concluíram que o *preço*, a *qualidade*, a *capacidade de produção* e a

*localização* eram os critérios mais frequentemente referidos na literatura.

Em 1993, Stamm et al.[40] mencionaram que deviam ser necessários 13 critérios para a seleção de fornecedores. Posteriormente, em 2007 e 2008, Aissaoui et al.[2] e Ha et al.[15], respetivamente, identificaram 31 critérios principais na seleção de fornecedores baseando-se em artigos publicados desde 1966.

Os critérios presentes em alguns dos estudos referidos anteriormente bem como noutros estudos foram resumidos e são apresentados na Tabela 2.2.

Verifica-se que a maior parte dos autores referidos consideram o *preço*, a *qualidade* e o *prazo de entrega* como critérios a ter em conta na seleção de fornecedores.

Nos tempos de hoje, existe uma grande concorrência entre fornecedores que faz com que cada vez mais as empresas estabeleçam com eles ligações fortes, criando parcerias, acordos de longo prazo, etc.[12]. Assim, o critério *relações de trabalho* ganha bastante importância. Este tem em conta a capacidade de cooperação e o sistema de comunicação e de controlo entre a empresa e o fornecedor.

Uma vez definidos os critérios a ter em conta no processo de seleção, a empresa tem de avaliar o desempenho de cada fornecedor relativamente a cada um desses critérios. O objetivo será selecionar os fornecedores que apresentem melhores níveis de desempenho em relação a esses critérios. Contudo, não existem “fornecedores ideais”, ou seja, fornecedores que apresentem sempre os níveis de desempenho mais elevados em relação a todos os critérios considerados. Isto porque, em muitos casos, esses critérios são conflituosos, como é o caso do preço e da qualidade. Produtos de alta qualidade a preços baixos é uma realidade por vezes difícil de encontrar, pois normalmente preços reduzidos estão também associados a baixa qualidade.

Seleção de Critérios	[11]	[49]	[19]	[30]	[1]	[7]	[48]	[22]	[41]	[31]	[32]	[42]	[38]	[27]	[28]	[6]	[43]	[20]	[5]	[21]
Preço	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓		✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Qualidade	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓		✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Data de entrega	✓	✓	✓	✓		✓	✓	✓		✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Garantias e Reivindicações	✓		✓																	
Serviço Pós-Venda	✓		✓		✓	✓	✓				✓			✓				✓		
Apoio Técnico	✓		✓	✓	✓	✓														
Formações	✓		✓	✓			✓													
Atitude	✓			✓			✓													
Desenvolvimento Histórico	✓						✓													
Posição Financeira	✓		✓				✓										✓			
Localização Geográfica	✓	✓		✓			✓					✓								
Gestão e Organização	✓			✓			✓							✓					✓	
Relações de trabalho	✓						✓									✓				
Sistema de Comunicação	✓			✓			✓													
Resposta aos pedidos			✓			✓		✓			✓									✓
Comércio online								✓	✓											
Capacidade JIT						✓														
Capacidade Técnica	✓	✓					✓													
Instalações de produção	✓						✓							✓						
Embalamento	✓						✓													
Controlos Operacionais	✓						✓													
Historial de Negócios	✓	✓					✓													
Reputação da indústria	✓	✓	✓		✓		✓						✓							✓
Acordos Futuros	✓	✓		✓			✓													
Impressão Causada	✓		✓		✓		✓							✓			✓			✓
Produtos Ecológicos								✓												
Aspeto do Produto									✓											
Tecnologia do catálogo									✓											
Confiança												✓								
Flexibilidade													✓							✓
Termos de Pagamento													✓							
Produtividade														✓	✓					
Fabricação Concetual														✓	✓	✓				
Desafios de Fabrico														✓	✓					
Poder Impulsionador														✓	✓					
Fatores Globais														✓	✓		✓			

Tabela 2.2: Os vários critérios de seleção que surgiram na literatura.



## Capítulo 3

### *Analytic Hierarchy Process (AHP)*

No capítulo anterior referimos que o problema de seleção de fornecedores é influenciado, direta ou indiretamente, por vários critérios, pelo que os métodos utilizados neste tipo de problema são denominados por métodos multi-critério. Estes, ao contrário dos métodos usados nos problemas onde apenas um critério de decisão é considerado, envolvem a análise de vários critérios de decisão, que podem ser mensuráveis ou não mensuráveis. Consequentemente, a sua comparação pode ser uma tarefa bastante complicada. Uma das formas de contornar essa situação, é a ponderação de critérios através da atribuição de pesos.

Para se usar o método de pesos em problemas de seleção de fornecedores multi-critério é necessário determinar os pesos associados a cada um desses critérios. Isto é, determinar pesos que indiquem a preferência de um critério em relação a outros, sendo que maiores pesos correspondem a maiores preferências. Essa determinação pode ser baseada em duas abordagens: objetivas e subjetivas. Nas primeiras, os pesos dos critérios são obtidos sem influência dos tomadores de decisão, recorrendo-se a modelos matemáticos [10]. Nas segundas, os pesos dos critérios são determinados através de julgamentos subjetivos dos decisores, sendo frequentemente obtidos através de inquéritos, o que torna esta abordagem geralmente mais demorada.

Um dos métodos de atribuição de pesos mais usado em problemas de seleção de fornecedores é o método AHP que será apresentado neste capítulo. Ainda neste capítulo apresentamos um exemplo numérico que ajudará na compreensão deste método. Será também descrito um processo de avaliação da consistência das matrizes necessárias à aplicação do AHP e duas novas abordagens que aplicam este método ao problema de seleção de fornecedores para vários produtos.

### 3.1 Descrição do Método AHP

O método *Analytic Hierarchy Process* (AHP)[18, 25, 39, 51] é um método multi-critério utilizado no processo de tomada de decisão em problemas de natureza bastante distinta, que incluem o problema de seleção de fornecedores. Este método foi introduzido pela primeira vez por Satty[36], em 1980, tendo sido desenvolvido para priorizar alternativas de modo a selecionar a que apresentar maior peso total.

Os vários critérios considerados podem ser qualitativos e/ou quantitativos, sendo a possibilidade de considerar a existência de critérios qualitativos a grande vantagem deste método.

O método AHP permite estruturar problemas complexos em problemas com três níveis hierárquicos principais: objetivo, critérios e alternativas. O objetivo geral da decisão é apresentado no nível mais alto da hierarquia. No nível intermédio estão presentes os critérios, podendo estes estar também distribuídos por vários níveis. As alternativas são estabelecidas no último nível. A Figura 3.1 esquematiza uma possível estrutura do método AHP, onde são considerados dois critérios principais, que têm associados outros dois critérios.

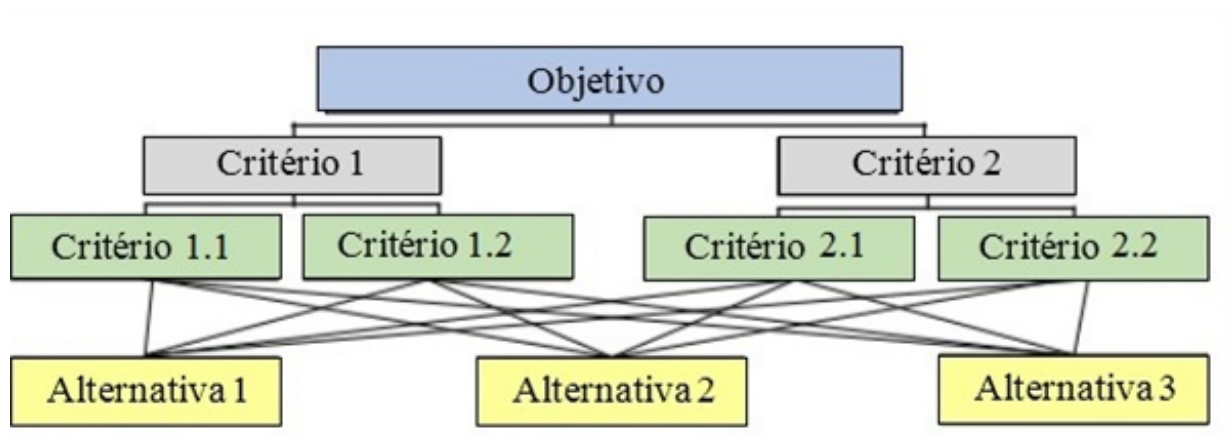


Figura 3.1: Hierarquia do método AHP.

No nosso problema, o principal objetivo é a seleção de um fornecedor, de entre vários fornecedores disponíveis, para um produto. Os critérios utilizados podem ser, por exemplo, o preço, a qualidade e a data de entrega. As alternativas são o conjunto de fornecedores disponíveis ou as diferentes propostas por eles apresentadas.

O primeiro passo do método AHP consiste em determinar o peso associado a cada critério, ou seja, determinar a importância relativa dos critérios para o objetivo pretendido. Para a determinação desses pesos é necessário construir a matriz quadrada de comparação



de pares de  $n$  critérios,  $C = [c_{ij}]_{n \times n}$ , na qual cada entrada  $c_{ij}$  representa a importância do critério  $i$  em relação ao critério  $j$ , sendo esta determinada recorrendo à escala apresentada por Satty[37]. Essa escala é exposta na Tabela 3.1.

Intensidade	Pontuação	Forma de Avaliação
1	Importância igual	Uma atividade é igualmente preferencial em relação à outra
3	Importância reduzida	Uma atividade é preferencial em relação à outra
5	Importância grande ou essencial	Uma atividade é fortemente preferencial em relação à outra
7	Importância muito grande	Uma atividade é muito fortemente preferencial em relação à outra
9	Importância absoluta	Uma atividade é absolutamente preferencial em relação à outra
2,4,6,8	Valores intermédios	Quando se procura uma condição de compromisso entre dois patamares

Tabela 3.1: Escala de Satty[37].

Para a construção da matriz de comparação de pares de critérios é necessário ter em conta dois fatores:

- todos os elementos abaixo da diagonal são o inverso dos elementos acima dela, isto é  $c_{ij} = \frac{1}{c_{ji}}$ .
- todos os elementos  $c_{ii}$  são iguais a um, pois toda a alternativa ou critério comparado com ele próprio tem a mesma importância.

Assim, o total de comparações necessárias para se obter a matriz será  $\frac{n \times (n-1)}{2}$ . A matriz quadrada com a comparação de pares de critérios é representada de seguida.

$$\begin{matrix} & C_1 & C_2 & \dots & C_n \\ \begin{matrix} C_1 \\ C_2 \\ \vdots \\ C_n \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & c_{12} & \dots & c_{1n} \\ \frac{1}{c_{12}} & 1 & \dots & c_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{1}{c_{1n}} & \frac{1}{c_{2n}} & \dots & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Após a construção desta matriz, que indica o peso relativo de um critério comparativamente aos restantes, é necessário determinar o peso de cada critério para o objetivo. Para isso deve-se começar por determinar a média geométrica dos valores da linha associada a cada critério. Por exemplo, a média geométrica do *Critério 1* da matriz anterior é dada por  $(1 \times c_{12} \times \dots \times c_{1n})^{\frac{1}{n}}$ . A expressão seguinte indica a média geométrica de um determinado *Critério i*,

$$MedGeo_i = \left\{ \prod_{j=1}^n c_{ij} \right\}^{\frac{1}{n}}, \text{ com } i = 1, \dots, n.$$

Assim, o peso de cada critério é dado pela razão entre a média geométrica desse critério e a soma das médias geométricas de todos os critérios, isto é

$$Peso_i = \frac{MedGeo_i}{\sum_{j=1}^n MedGeo_j}, \text{ com } i = 1, \dots, n.$$

Caso existam vários níveis de critérios, ou seja, se algum dos critérios for subdividido noutros critérios, o processo anterior deve ser repetido para cada um desses níveis de critérios. Depois de determinado o peso de cada um dos critérios do último nível, determina-se a avaliação dos fornecedores em relação a cada um desses critérios. Para isso, aplica-se novamente o processo referido anteriormente, ou seja, constroem-se matrizes de comparação de pares sendo cada entrada da matriz a preferência de um fornecedor em relação a outro relativamente a um dado critério.

Após se obter a avaliação dos fornecedores em relação a todos os critérios do último nível, determina-se a avaliação dos fornecedores em relação a todos os restantes critérios dos níveis superiores. Para descrever esse processo considere-se que  $n$  é o número total de critérios de nível superior e  $k$  o número total de fornecedores a serem avaliados. Consideremos também,

$N = \{1, \dots, n\}$ : Conjunto de critérios do nível superior;

$K = \{1, \dots, k\}$ : Conjunto de fornecedores;

$m_j$ : Número de critérios de nível inferior associados ao critério  $j$  de nível superior, com  $j \in N$ ;

$M_j = \{1, \dots, m_j\}$ : Conjunto de critérios do nível inferior associado ao critério  $j$  de nível superior;

$P_{ji}$ : Peso do critério  $i$  de nível inferior associado ao critério  $j$  de nível superior;

$Pe_j$ : Peso do critério  $j$  de nível superior;

$A_{fji}$ : Avaliação do fornecedor  $f$  em relação ao critério  $i$  de nível inferior associado ao critério  $j$  de nível superior;

$Av_{fj}$ : Avaliação do fornecedor  $f$  em relação ao critério  $j$ ;

$Aval_f$ : Avaliação do fornecedor  $f$  em relação a todos os critérios.

Assim, a avaliação dos fornecedores em relação a cada critério de nível superior, é obtida fazendo a soma do produto de cada peso associado a cada critério de nível mais baixo, com os pesos da avaliação dos fornecedores para esse mesmo critério. Isto é,

$$Av_{fj} = \sum_{i=1}^{m_j} P_{ji} \times A_{fji}, \text{ com } j \in N \text{ e } f \in K.$$

Por fim, é necessário determinar a avaliação final de cada fornecedor. Para isso, efetua-se a soma do produto de cada peso associado a cada critério de nível superior com o peso da avaliação dos fornecedores para esse critério. Ou seja,

$$Aval_f = \sum_{j=1}^n Pe_j \times Av_{fj}, \text{ com } f \in K.$$

Obtêm-se assim, as avaliações associadas a todos os fornecedores que indicaram qual deles deverá ser selecionado, sendo escolhido o que apresentar a maior avaliação.

Seguidamente, apresentamos um pequeno exemplo para melhor se perceber a forma de utilização deste método. Consideramos dois critérios  $C_1$  e  $C_2$ , sendo que o critério  $C_1$  está subdividido em outros dois critérios  $C_{11}$  e  $C_{12}$ . A ideia é selecionar o melhor fornecedor de entre três fornecedores,  $F_1$ ,  $F_2$  e  $F_3$ .

Consideramos que o critério  $C_1$  é preferencial em relação ao critério  $C_2$  e que  $C_{11}$  é preferencial em relação a  $C_{12}$ , para obter as matrizes de comparação de critérios. Estas matrizes são usadas para se determinar a média geométrica e, consequentemente, o peso de cada um dos critérios. De seguida, apresentamos as matrizes de comparação de pares de critérios de cada nível, as médias geométricas e os respectivos pesos.

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} C_1 & C_2 \end{array} \\ \begin{array}{c} C_1 \\ C_2 \end{array} & \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1/3 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

Assim, os pesos do critério  $C_1$  e  $C_2$  são dados por,

$$MedGeo_{C_1} = \{1 \times 3\}^{\frac{1}{2}} = 1.732 \quad \Rightarrow \quad Peso_{C_1} = \frac{1.732}{1.732 + 0.578} = 0.750$$

$$MedGeo_{C_2} = \left\{ \frac{1}{3} \times 1 \right\}^{\frac{1}{2}} = 0.578 \quad \Rightarrow \quad Peso_{C_2} = \frac{0.578}{1.732 + 0.578} = 0.250$$

A matriz de comparação dos critérios de nível inferior é dada por,

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} C_{11} & C_{12} \end{array} \\ \begin{array}{c} C_{11} \\ C_{12} \end{array} & \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 1/5 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

e os pesos dos critérios  $C_{11}$  e  $C_{12}$  são,

$$MedGeo_{C_{11}} = \{1 \times 5\}^{\frac{1}{2}} = 2.236 \quad \Rightarrow \quad Peso_{C_{11}} = \frac{2.236}{2.236 + 0.447} = 0.833$$

$$MedGeo_{C_{12}} = \left\{ \frac{1}{5} \times 1 \right\}^{\frac{1}{2}} = 0.447 \quad \Rightarrow \quad Peso_{C_{12}} = \frac{0.447}{2.236 + 0.447} = 0.167$$

Depois de determinado os pesos dos critérios, obtemos a avaliação de cada fornecedor em relação a cada um desses critérios. Como o critério  $C_1$  está subdividido, para determinar as avaliações dos fornecedores em relação a este critério, é primeiramente necessário determinar as avaliações dos fornecedores em relação a cada um dos critério  $C_{11}$  e  $C_{12}$ .

De seguida, apresentamos a matriz de avaliação de cada fornecedor em relação ao critério  $C_{11}$ , as médias geométricas e as avaliações de cada fornecedor em relação a esse critério.

$$\begin{array}{c} \mathbf{F}_1 \quad \mathbf{F}_2 \quad \mathbf{F}_3 \\ \mathbf{F}_1 \begin{bmatrix} 1 & 1/2 & 1/5 \\ \mathbf{F}_2 & 2 & 1 & 1/3 \\ \mathbf{F}_3 & 5 & 3 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

$$MedGeo_{F_1} = \left\{ 1 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{5} \right\}^{\frac{1}{3}} = 0.464 \quad \Rightarrow A_{F_1, C_{11}} = \frac{0.464}{0.464 + 0.874 + 2.466} = 0.122$$

$$MedGeo_{F_2} = \left\{ 2 \times 1 \times \frac{1}{3} \right\}^{\frac{1}{3}} = 0.874 \quad \Rightarrow A_{F_2, C_{11}} = \frac{0.874}{0.464 + 0.874 + 2.466} = 0.230$$

$$MedGeo_{F_3} = \{ 5 \times 3 \times 1 \}^{\frac{1}{3}} = 2.466 \quad \Rightarrow A_{F_3, C_{11}} = \frac{2.466}{0.464 + 0.874 + 2.466} = 0.648$$

Apresentamos agora a matriz de avaliação de cada fornecedor em relação ao critério  $C_{12}$ , as medias geométricas e as respectivas avaliações.

$$\begin{array}{c} \mathbf{F}_1 \quad \mathbf{F}_2 \quad \mathbf{F}_3 \\ \mathbf{F}_1 \begin{bmatrix} 1 & 1/3 & 1/7 \\ \mathbf{F}_2 & 3 & 1 & 1/4 \\ \mathbf{F}_3 & 7 & 4 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

$$MedGeo_{F_1} = \left\{ 1 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{7} \right\}^{\frac{1}{3}} = 0.362 \quad \Rightarrow A_{F_1, C_{12}} = \frac{0.362}{0.362 + 0.909 + 3.037} = 0.084$$

$$MedGeo_{F_2} = \left\{ 3 \times 1 \times \frac{1}{4} \right\}^{\frac{1}{3}} = 0.909 \quad \Rightarrow A_{F_2, C_{12}} = \frac{0.909}{0.362 + 0.909 + 3.037} = 0.211$$

$$MedGeo_{F_3} = \{ 7 \times 4 \times 1 \}^{\frac{1}{3}} = 3.037 \quad \Rightarrow A_{F_3, C_{12}} = \frac{3.037}{0.362 + 0.909 + 3.037} = 0.705$$

Depois de se ter determinado a avaliação de cada fornecedor para cada um dos critérios  $C_{11}$  e  $C_{12}$  de nível inferior, podemos obter a avaliação dos fornecedores para o critério de nível superior  $C_1$ . Para isso, fazemos a multiplicação de cada peso do critério de nível inferior com a avaliação do fornecedor para esse mesmo critério. Ou seja,

$$Av_{F_1, C_1} = Peso_{C_{11}} \times A_{F_1, C_{11}} + Peso_{C_{12}} \times A_{F_1, C_{12}} = 0.833 \times 0.122 + 0.167 \times 0.084 = 0.116$$

$$Av_{F_2, C_1} = Peso_{C_{11}} \times A_{F_2, C_{11}} + Peso_{C_{12}} \times A_{F_2, C_{12}} = 0.833 \times 0.230 + 0.167 \times 0.211 = 0.227$$

$$Av_{F_3, C_1} = Peso_{C_{11}} \times A_{F_3, C_{11}} + Peso_{C_{12}} \times A_{F_3, C_{12}} = 0.833 \times 0.648 + 0.167 \times 0.705 = 0.658$$

Falta agora determinar a avaliação de cada fornecedor em relação ao critério  $C_2$ . Como este não tem níveis inferiores associados, determinamos essa avaliação fazendo a média geométrica de cada linha da matriz de avaliação de cada fornecedor em relação a esse critério. De seguida é apresentada essa matriz, as médias geométricas e as respectivas avaliações.

$$\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} F_1 & F_2 & F_3 \\ \begin{array}{c} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{array} \begin{bmatrix} 1 & 1/3 & 2 \\ 3 & 1 & 6 \\ 1/2 & 1/6 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

$$MedGeo_{F_1} = \left\{ 1 \times \frac{1}{3} \times 2 \right\}^{\frac{1}{3}} = 0.874 \quad \Rightarrow \quad Av_{F_1, C_2} = \frac{0.874}{0.874 + 2.621 + 0.437} = 0.222$$

$$MedGeo_{F_2} = \{ 3 \times 1 \times 6 \}^{\frac{1}{3}} = 2.621 \quad \Rightarrow \quad Av_{F_2, C_2} = \frac{2.621}{0.874 + 2.621 + 0.437} = 0.667$$

$$MedGeo_{F_3} = \left\{ \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} \times 1 \right\}^{\frac{1}{3}} = 0.437 \quad \Rightarrow \quad Av_{F_3, C_2} = \frac{0.437}{0.874 + 2.621 + 0.437} = 0.111$$

Após se obter a avaliação de cada fornecedor em relação a cada critério de nível superior, podemos determinar a avaliação de cada fornecedor tendo em conta todos os critérios. Isto é,

$$Aval_{F_1} = Peso_{C_1} \times Av_{F_1, C_1} + Peso_{C_2} \times Av_{F_1, C_2} = 0.750 \times 0.116 + 0.250 \times 0.222 = 0.142$$

$$Aval_{F_2} = Peso_{C_1} \times Av_{F_2, C_1} + Peso_{C_2} \times Av_{F_2, C_2} = 0.750 \times 0.227 + 0.25 \times 0.667 = 0.337$$

$$Aval_{F_3} = Peso_{C_1} \times Av_{F_3, C_1} + Peso_{C_2} \times Av_{F_3, C_2} = 0.750 \times 0.658 + 0.25 \times 0.111 = 0.521$$

Como se pode observar, o fornecedor que apresenta melhor avaliação relativamente a todos os critérios é o fornecedor  $F_3$ , logo será este o escolhido.

## 3.2 Consistência do Método AHP

O método AHP fornece também, um processo de avaliação da consistência das matrizes de comparação de pares de critérios e das matrizes de comparação de pares de fornecedores que vão sendo utilizadas ao longo do processo. Para estudar essa consistência é necessário determinar, para cada matriz, o seu maior valor próprio, seja ele  $\lambda_{max}$ . Esse valor será utilizado para o cálculo da *Razão de Consistência (RC)* que indica se a matriz de comparação de pares é completamente consistente.

A RC é calculada de acordo com os seguintes passos:

- Calcular o maior valor próprio para cada matriz,  $\lambda_{max}$ .
- Calcular o *Índice de Consistência (IC)* para cada matriz. Sendo  $k$  o tamanho da matriz a analisar, então  $IC = \frac{\lambda_{max} - k}{k - 1}$ .
- Calcular  $RC = \frac{IC}{ICA}$ , onde o ICA - *Índice de Consistência Aleatório* é um índice conhecido e varia dependendo da ordem da matriz a analisar.

A seguinte tabela mostra o valor do ICA para matrizes de ordens entre 1 e 10, obtidos através da aproximação dos índices aleatórios utilizados numa amostra de tamanho 500 (ver [37]).

Tamanho da matriz $k$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Índice de Consistência Aleatório (ICA)	0	0	0.52	0.89	1.11	1.25	1.35	1.40	1.45	1.49

Tabela 3.2: Valor do ICA em função do tamanho da matriz.

A gama de valores aceitáveis para a razão de consistência varia de acordo com a dimensão da matriz, isto é, para uma matriz  $3 \times 3$  o valor indicado é 0.05, para uma matriz  $4 \times 4$  é 0.08 e para todas as matrizes quadradas de dimensão maior ou igual a 5 é de 0.1. Se o valor de RC é menor ou igual aos valores indicados anteriormente, implica que a avaliação feita é aceitável, ou seja, indica um bom nível de coerência dos julgamentos comparativos representados na matriz. Contrariamente, se o valor de RC é maior do que a gama de valores aceitáveis, existe inconsistência dentro da matriz que está a ser analisada, pelo que o processo de avaliação deve ser revisto e melhorado.

### **3.3 Método AHP para Vários Produtos**

A maioria dos métodos lida com problemas relativamente simples, envolvendo apenas a aquisição de um produto. Problemas envolvendo vários produtos não são usualmente simples de resolver. Contudo, atualmente, é mais comum as empresas necessitarem de efetuar encomendas de vários produtos simultaneamente. Assim, é necessário reestruturar os métodos existentes por forma a dar solução a estes problemas.

Tanto quanto é do nosso conhecimento o método AHP apenas tem sido aplicado a problemas com um único produto. Seguidamente apresentamos duas novas abordagens que aplicam o método AHP ao problema de seleção de fornecedores para vários produtos. Admitir-se-á que qualquer fornecedor poderá fornecer todos os produtos pedidos.

Para melhor se perceber essas abordagens, analisamos um pequeno exemplo considerando dois produtos (A e B) que podem ser fornecidos por dois fornecedores ( $F_1$  e  $F_2$ ). O custo unitário do produto A quando fornecido pelo fornecedor  $F_1$  é de 10 euros e o do produto B é de 100 euros. Já o custo do produto A para o fornecedor  $F_2$  é de 30 euros sendo de 40 euros para o produto B.

#### **3.3.1 Aplicação do Método AHP Considerando Avaliação para Todos os Produtos em Conjunto**

Nesta abordagem, os produtos são encarados como um todo, sendo aplicado uma só vez o método AHP considerando todos os produtos em simultâneo. Assim, aplica-se o processo referido na Secção 3.1 e determina-se a importância relativa dos critérios para o objetivo, a avaliação dos fornecedores para os critérios e, caso haja sub-níveis, para os critérios de sub-nível, considerando essa avaliação para todos os produtos. No final, obtém-se a avaliação



de cada fornecedor considerando todos os produtos, sendo escolhido o que apresentar maior avaliação.

No exemplo considerado, caso as quantidades necessárias dos produtos A e B sejam as mesmas, apesar do fornecedor  $F_1$  apresentar um custo unitário para o produto A inferior ao do fornecedor  $F_2$ , será o fornecedor  $F_2$  o escolhido para fornecer ambos os produtos, uma vez que este apresenta conjuntamente o menor preço de venda para os produtos.

### **3.3.2 Aplicação do Método AHP Considerando Avaliação para Cada Produto Individualmente**

Esta abordagem consiste na aplicação do método AHP a vários produtos, sendo que não se considera a avaliação para todos os produtos em simultâneo, mas sim para cada um deles individualmente. Assim, determinar-se-á a avaliação de cada fornecedor em relação a cada produto, ou seja, o método referido na Secção 3.1 será aplicado o número de vezes correspondente ao número de produtos considerados, obtendo-se assim a matriz que contém a avaliação de cada fornecedor em relação a cada produto. Dessa matriz é então selecionado para cada produto o fornecedor que para ele apresentar a maior avaliação.

No exemplo considerado, seria selecionado o fornecedor  $F_1$  para fornecer o produto A e o fornecedor  $F_2$  para fornecedor o produto B.



# Capítulo 4

## Programação Multi-Objetivo

A Programação Multi-Objetivo, contrariamente à programação que envolve apenas uma função objetivo, tem em conta vários critérios na tomada de decisão e envolve mais de um objetivo a ser otimizado simultaneamente, satisfazendo um conjunto de restrições. A existência de mais de uma função objetivo gera alguns problemas, tais como: a incomensurabilidade entre elas, pois frequentemente estas não podem ser todas reduzidas a uma unidade de medida comum, e conflitos entre as funções objetivo, pois não existe uma solução que as otimize todas simultaneamente.

Um problema de Programação Multi-Objetivo pode ser formulado da seguinte forma:

$$\min \quad (f_1(x), f_2(x), \dots, f_m(x)) \quad (4.1)$$

$$s.a \quad g_j(x) \leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, J \quad (4.2)$$

$$h_k(x) = 0, \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (4.3)$$

$$x_i^L \leq x_i \leq x_i^U, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4.4)$$

onde  $f_1, f_2, \dots, f_m$  são as várias funções objetivo a serem otimizadas,  $x$  é um vetor de  $n$  variáveis de decisão  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ ,  $x_i^L$  e  $x_i^U$  representam os valores mínimo e máximo que cada variável  $x_i$  pode tomar,  $J$  representa o número total de restrições de desigualdade e  $K$  o número total de restrições de igualdade.

Sendo  $g(x) = [g_1(x), \dots, g_J(x)]^\top$ ,  $h(x) = [h_1(x), \dots, h_K(x)]^\top$ ,  $x^L = [x_1^L, \dots, x_n^L]^\top$  e  $x^U = [x_1^U, \dots, x_n^U]^\top$ , este problema pode também ser escrito da seguinte forma:

$$\min \quad (f_1(x), f_2(x), \dots, f_m(x))$$

$$s.a \quad x \in X$$

onde  $X = \{x \in \mathbb{R}^n | g(x) \leq 0, h(x) = 0, x^L \leq x \leq x^U\}$

Na Programação Multi-Objetivo, a existência de várias funções objetivo faz com que, em muitos casos, não seja possível obter uma única solução que as otimize em simultâneo. Contudo, é possível definir um conjunto de *soluções eficientes*. Uma solução  $x^* \in X$  diz-se *eficiente* se não existe uma outra solução  $x \in X$  tal que  $f_l(x) \leq f_l(x^*)$ , para todo o  $l = 1, \dots, m$ . Desse conjunto de soluções eficientes só uma é que será escolhida e essa escolha cabe ao tomador de decisão que, depois de analisar todas as soluções propostas, escolhe a solução de melhor compromisso entre todas as soluções eficientes encontradas para o problema.

Segundo Horn [17], na Programação Multi-Objetivo, podem ser identificados dois problemas: a procura de soluções e a tomada de decisões. O primeiro refere-se ao processo necessário de otimização para se encontrar o conjunto de soluções eficientes. O segundo consiste na seleção de um critério apropriado para a escolha de uma solução do conjunto de soluções eficientes. Esse critério será utilizado pelo decisor na tomada de decisão.

Para muitos autores, como Zitzler[53], Veldhuizen et al.[46] e Arroyo[4], os métodos de otimização Multi-Objetivo podem ser classificados em três categorias.

- Métodos de tomada de decisão antes da procura de soluções;
- Métodos de tomada de decisão depois da procura de soluções;
- Métodos de tomada de decisão durante a procura de soluções - Métodos iterativos.

No primeiro método existe uma participação do decisor na procura de soluções, antes da resolução do problema. O decisor pode atribuir preferências aos objetivos e combiná-los num único objetivo, podendo aplicar métodos tradicionais de otimização a partir dos quais é possível obter uma única função objetivo. O decisor pode também considerar apenas o objetivo de maior preferência e resolver o problema. De seguida, resolve o problema para um segundo objetivo sujeito à solução encontrada para o primeiro, repetindo esse processo até que se esgotem os objetivos. Uma vantagem deste método é que todo o gasto computacional é na procura da solução para o problema multi-objetivo. No entanto, é necessário recorrer a novas execuções do método para encontrar uma nova solução sempre que a preferência de um objetivo mude ou que seja necessário inserir algum aspeto que anteriormente não seja considerado.

No segundo método referido, a tomada de decisão é feita após a obtenção de soluções eficientes, ou seja, o decisor seleciona, de entre essas soluções propostas, a que mais se

adequa à situação em questão. O tempo gasto na procura do conjunto de soluções eficientes é uma desvantagem deste método. No entanto, se a preferência por algum objetivo for alterada, não será necessário mais nenhuma execução.

No método iterativo, há uma interferência da parte do decisor durante o processo de procura de soluções. Este é um método intermédio entre os dois métodos anteriores, sendo este facto uma sua vantagem. No entanto, a grande intervenção de um decisor humano pode tornar o método inapropriado para problemas multi-objetivos complexos.

## 4.1 Métodos Clássicos de Otimização

Os métodos convencionais para resolver problemas de programação com uma única função objetivo não são eficientes quando aplicado à Programação Multi-Objetivo[30], sendo por isso necessário usar métodos de otimização para problemas multi-objetivo.

Na literatura existem métodos para resolver problemas com mais de uma função objetivo. Cada um desses métodos possui características e aplicações diferentes e a escolha de um método para resolver problemas deste género deve ser realizada com cuidado, pois não existe um método absolutamente melhor que todos os outros. Além disso, cada tipo de problema possui as suas próprias características pelo que um método pode ser muito bom para um tipo de problema e não o ser para outro.

Muitos dos métodos utilizados na Programação Multi-Objetivo transformam um problema com várias funções objetivo num problema com uma única função objetivo. Contudo, existem outros métodos que não necessitam desta transformação. Em alguns casos, as funções objetivo podem ser otimizadas separadamente, obtendo-se um ganho no tempo computacional. No entanto, raramente se consegue encontrar uma solução que optimize simultaneamente todos os critérios. Os métodos que não necessitam de transformação não são discutidos nesta dissertação. Os métodos mais utilizados para resolver este tipo de problemas são os seguintes:

- Método da Soma Ponderada.
- Método E-restrito.
- Método de Minimização de uma Distância a um Ponto de Referência.

O método da Soma Ponderada é o método mais comum para resolver um problema de Programação Multi-Objetivo, pelo que será apresentado de seguida. Este consiste na

combinação de todas as funções objetivo numa única função objetivo, usando um vetor  $w$  de pesos. Desta forma, o problema multi-objetivo é transformado num problema com um único objetivo sujeito às restrições originais. Um problema de minimização, com um vetor de pesos  $w \geq 0$ , pode ser formulado da seguinte forma:

$$\begin{array}{ll} \min & f(x) = \sum_{i=1}^m w_i f_i(x) \\ \\ s.a & x \in X \end{array}$$

onde  $w_i$  é o peso da função objetivo  $f_i$  em relação aos outros objetivos tendo-se

$$\sum_{i=1}^m w_i = 1.$$

Neste método a escolha dos pesos é crucial pois afeta diretamente a relevância que se atribui a cada objetivo. A solução ótima deste problema é uma solução eficiente para o problema inicial e é a solução de melhor compromisso se o vetor  $w$  for escolhido à priori pelo tomador de decisão.

# Capítulo 5

## Problema Proposto

Neste capítulo apresentamos a descrição do problema estudado bem como duas formulações a partir das quais se pretende selecionar o fornecedor de cada produto, minimizando o custo total da compra dos produtos e o seu tempo total de entrega maximizando simultaneamente a sua qualidade. A primeira formulação tem por base a abordagem apresentada na Secção 3.3.2, usando o método multi-critério AHP como método de priorização de fornecedores. A segunda formulação tem por base a Programação Multi-Objetivo.

### 5.1 Descrição do Problema Proposto

A empresa pretende construir um dado equipamento e para isso é necessário encomendar aos seus fornecedores todas as componentes que serão usadas nessa construção. A empresa pretende que a encomenda seja entregue no prazo estabelecido, mas prefere que o material seja de qualidade. Contudo, uma das suas principais prioridades é o preço total das componentes, que deve ser o mínimo possível. Assim, o nosso objetivo é determinar a que fornecedor se deve encomendar cada componente, de forma a que o material tenha qualidade, seja todo entregue dentro do prazo estipulado e que se obtenha o menor custo possível.

Na encomenda dos produtos aos fornecedores é necessário ter em conta algumas considerações. A primeira é a determinação da quantidade a encomendar de cada produto, pois a maior parte dos fornecedores oferece descontos de quantidade, ou seja, estipula quantidades mínimas de encomenda (QME) dos produtos para as quais o seu preço unitário diminui. A cada uma destas quantidades chamamos patamar ou nível de desconto. Uma outra consideração a ter em conta é que na maior parte dos casos os produtos não são

vendidos à unidade, mas sim em pacotes. Assim, a quantidade a encomendar de cada produto tem de ser múltipla da dimensão dos seus lotes de embalagem, ou seja, do chamado valor MPQ. É ainda necessário ter em consideração que o valor total de encomenda colocada a um fornecedor tem de atingir um valor mínimo (VME) e que cada fornecedor tem associado um custo de transporte. Os últimos aspetos a considerar é que associado a cada produto existe uma percentagem de defeito que varia de fornecedor para fornecedor e que a quantidade necessária de um determinado produto deve ser toda proveniente do mesmo fornecedor.

## 5.2 Desenvolvimento dos Modelos

Para a modelação do problema referido na secção anterior considere-se que existem  $m$  fornecedores disponíveis e  $k$  produtos pedidos. Definimos os conjuntos  $S = \{1, \dots, m\}$  como sendo o conjunto dos fornecedores disponíveis e  $P = \{1, \dots, k\}$  como sendo o conjunto dos produtos pedidos. É necessário ter em conta que nem todos os fornecedores fornecem os mesmos produtos, ou seja, podem existir produtos que não sejam fornecidos por determinados fornecedores. Seja então  $S_p$  o conjunto dos fornecedores que podem fornecer o produto  $p$ , com  $p \in P$  e  $P_s$  o conjunto de produtos que podem ser fornecidos pelo fornecedor  $s$ , com  $s \in S$ .

Um conjunto que é importante definir é o conjunto  $N_{sp} = \{1, \dots, \lambda_{sp}\}$ , com  $s \in S$  e  $p \in P$ , como sendo o conjunto de patamares de desconto que o fornecedor  $s$  oferece para o produto  $p$ . Portanto,  $\lambda_{sp}$  representa o número total de patamares de desconto que o fornecedor  $s$  oferece para o produto  $p$ . O número total de patamares de desconto é dado por  $SC = \sum_{s \in S, p \in P_s} \lambda_{sp}$  e representa o número total de escolhas possíveis de preços referentes a todos os fornecedores e produtos. Por último, é importante definirmos o conjunto  $C = \{1, 2, 3\}$  dos critérios a ter em conta no processo de seleção: 1- custo; 2- qualidade; 3- prazo de entrega.

Na secção seguinte são listados todos os parâmetros e variáveis de decisão usadas para a formulação do problema descrito.

### 5.2.1 Notação

Para a formulação do problema é necessário ter em conta as seguintes variáveis:

$x_{spn}$ : variável inteira que indica o número de pacotes do produto  $p$  a encomendar ao



fornecedor  $s$  no patamar  $n$ , para todo o  $s \in S$ ,  $p \in P_s$  e  $n \in N_{sp}$ ;

$w_{spn}$ : variável inteira que indica o número de unidades do produto  $p$  a encomendar ao fornecedor  $s$  no patamar  $n$ , para todo o  $s \in S$ ,  $p \in P_s$  e  $n \in N_{sp}$ ;

$y_{spn}$ : variável binária que indica se o produto  $p$  é encomendado ao fornecedor  $s$  no patamar  $n$ , para todo o  $s \in S$ ,  $p \in P_s$  e  $n \in N_{sp}$ , tomando valor 1 em caso afirmativo e 0 em caso contrário;

$z_s$ : variável que indica se o fornecedor  $s$  é utilizado no processo de seleção,  $s \in S$ , tomando o valor 1 em caso afirmativo e 0 em caso contrário;

$d_{spn}$ : variável binária que indica se o produto  $p$ , encomendado ao fornecedor  $s$  no patamar  $n$  é o que tem uma maior data de entrega, para todo o  $s \in S$ ,  $p \in P_s$  e  $n \in N_{sp}$ . Em caso afirmativo toma valor 1 e em caso contrário o valor 0.

Consideremos também os seguintes parâmetros:

$c_{spn}$ : custo unitário do produto  $p$  oferecido pelo fornecedor  $s$  no patamar  $n$ , para todo o  $s \in S$ ,  $p \in P_s$  e  $n \in N_{sp}$ ;

$ct_s$ : custo de transporte associado ao fornecedor  $s$ , para todo o  $s \in S$ ;

$qme_{spn}$ : quantidade mínima necessária do produto  $p$  a encomendar ao fornecedor  $s$  no patamar  $n$  para a qual o preço  $c_{spn}$  é válido, para todo o  $s \in S$ ,  $p \in P_s$  e  $n \in N_{sp}$ . Note-se que  $qme_{sp1} = 0$ ;

$qmp_{sp}$ : quantidade mínima de unidades por pacote (MPQ) do produto  $p$  para o fornecedor  $s$ , para todo o  $s \in S$  e  $p \in P_s$ ;

$Q_p$ : quantidade pedida do produto  $p$ , para todo o  $p \in P$ ;

$vme_s$ : valor mínimo de encomenda estabelecido pelo fornecedor  $s$ , para todo o  $s \in S$ ;

$pr_{spn}$ : prazo de entrega do produto  $p$  do fornecedor  $s$  no patamar  $n$ , para todo o  $s \in S$ ,  $p \in P_s$  e  $n \in N_{sp}$ ;

$df_{spn}$ : taxa de defeito do produto  $p$  do fornecedor  $s$  no patamar  $n$ , para todo o  $s \in S$ ,  $p \in P_s$  e  $n \in N_{sp}$ ;

$P_c$ : peso associado ao critério  $c$ , para todo o  $c \in C$ ;

$a_{sp}$ : avaliação do fornecedor  $s$  relativamente ao produto  $p$ , para todo o  $s \in S$ ,  $p \in P_s$ .

### 5.2.2 Descrição das Restrições

Para a formulação do problema é necessário ter em conta alguns aspetos. Seguidamente são apresentadas todas as restrições que modelam esses aspetos.

Primeiramente, é necessário que, na solução obtida as quantidades necessárias dos produtos pedidos sejam satisfeitas, pelo que consideramos as restrições

$$\sum_{s \in S_p, n \in N_{sp}} w_{spn} \geq Q_p, \quad p \in P. \quad (5.1)$$

Por outro lado, é necessário também garantir que cada produto seja fornecido unicamente por um fornecedor, mediante uma única condição de fornecimento, o que justifica as restrições seguintes

$$\sum_{s \in S_p, n \in N_{sp}} y_{spn} = 1, \quad p \in P. \quad (5.2)$$

É necessário também que, caso se encomende um produto a um fornecedor num determinado patamar, a quantidade encomendada seja superior à quantidade mínima requerida para que se possa beneficiar do respetivo desconto. Isto é,

$$w_{spn} \geq qme_{spn} y_{spn}, \quad s \in S, p \in P_s, n \in N_{sp}. \quad (5.3)$$

Tendo em conta que a maior parte dos produtos são fornecidos em lotes, é necessário que a quantidade a encomendar de cada produto seja múltipla do tamanho dos respetivos lotes. Assim, tem-se

$$w_{spn} = x_{spn} qmp_{sp}, \quad s \in S, p \in P_s, n \in N_{sp}. \quad (5.4)$$

As seguintes restrições referem-se ao custo total dos produtos e ao custo de transporte associado ao fornecedor. Impõe-se que quando o fornecedor é selecionado,  $z_s = 1$ , o valor da encomenda que lhe é colocada não seja inferior ao valor mínimo de encomenda (VME). Isto é,

$$\sum_{p \in P_s, n \in N_{sp}} (w_{spn} c_{spn}) \geq z_s vme_s, \quad s \in S. \quad (5.5)$$

É necessário garantir que quando a quantidade de um produto a encomendar a um

fornecedor num determinado nível é nula, essa condição de fornecimento não será usada

$$y_{spn} \leq x_{spn}, \quad s \in S, p \in P_s, n \in N_{sp}. \quad (5.6)$$

As restrições seguintes têm o efeito contrário, isto é, garantem que sempre que a quantidade de um produto a encomendar a um fornecedor num determinado nível não seja nula, a respetiva condição de fornecimento é usada

$$My_{spn} \geq x_{spn}, \quad s \in S, p \in P_s, n \in N_{sp} \quad (5.7)$$

nesta desigualdade M representa o máximo valor que as variáveis  $x$  podem tomar, podendo ser dado por

$$M = \max \left\{ \left[ \max \left\{ Q_p, \frac{vme_s}{c_{spn}}, qme_{spn} \right\} / qmp_{sp} \right], \quad \forall s \in S, p \in P_s, n \in N_{sp} \right\}.$$

Em seguida, garantimos que caso uma condição de fornecimento de um fornecedor seja usada, o respetivo fornecedor faz parte da solução. Isto é,

$$\sum_{p \in P_s, n \in N_{sp}} y_{spn} \leq SC \ z_s, \quad s \in S. \quad (5.8)$$

Se nenhuma condição de fornecimento de um fornecedor é usada, então esse fornecedor não estará presente na solução e por isso temos,

$$\sum_{p \in P_s, n \in N_{sp}} y_{spn} \geq z_s, \quad s \in S. \quad (5.9)$$

A restrição seguinte garante que será considerada apenas a data de entrega referente a um produto e um fornecedor

$$\sum_{s \in S, p \in P_s, n \in N_{sp}} d_{spn} = 1 \quad (5.10)$$

também temos de obrigar que essa data seja a que corresponde ao produto que tiver maior data relativamente a todos os restantes produtos selecionados.

$$pr_{spn} \ y_{spn} \leq \sum_{k \in S, j \in P_s, l \in N_{sp}} d_{kjl} \ pr_{kjl}, \quad s \in S, p \in P_s, n \in N_{sp}. \quad (5.11)$$

Por fim, têm-se as restrições para o valor das variáveis. Para as variáveis inteiras tem-se,

$$x_{spn}, w_{spn} \in \mathbb{N}, \quad s \in S, p \in P_s, n \in N_{sp} \quad (5.12)$$

e para as variáveis binárias tem-se,

$$d_{spn}, z_s, y_{spn} \in \{0, 1\}, \quad s \in S, p \in P_s, n \in N_{sp}. \quad (5.13)$$

Tendo em conta as restrições anteriores, nas secções seguintes propõe-se um modelo baseado no método da Soma Ponderada, uma vez que este é o método mais comum para resolver problemas de Programação Multi-Objetivo e ainda um modelo que usa o método AHP.

### 5.2.3 Modelo que usa Programação Multi-Objetivo (MMO)

Para este modelo é necessário ter-se em conta os fatores preço, qualidade e prazo de entrega, obtendo-se três objetivos. O primeiro consiste em minimizar todos os custos, incluindo o custo total de compra dos produtos e o custo de transporte associado aos fornecedores selecionados, sendo a função objetivo a seguinte,

$$F_1 = \sum_{s \in S, p \in P_s, n \in N_{sp}} w_{spn} c_{spn} + \sum_{s \in S} z_s ct_s.$$

A segunda função objetivo pretende maximizar a qualidade de cada produto, sendo escrita da seguinte forma,

$$F_2 = \sum_{s \in S, p \in P_s, n \in N_{sp}} y_{spn} (1 - df_{spn}).$$

Por fim, a terceira função objetivo pretende minimizar o tempo de entrega dos produtos, sendo apresentada da seguinte forma,

$$F_3 = \sum_{s \in S, p \in P_s, n \in N_{sp}} pr_{spn} d_{spn}.$$

Uma vez definidas as funções objetivo a considerar, o modelo que apresentamos consiste na combinação de todas essas funções numa única função, usando o vetor de pesos  $P_c$  com  $c \in \{1, 2, 3\}$ . Apesar das componentes do vetor de pesos serem todas da mesma ordem de grandeza, o valor de cada função objetivo apresenta ordens de grandeza muito diferentes. A primeira função objetivo é referente ao custo total dos produtos. A segunda e terceira

função são relativas à taxa de qualidade e à data de entrega do projeto, respetivamente, sendo por isso os seus valores máximos bastante reduzidos quando comparados com os da primeira. Por esta razão, é de esperar que, independentemente do vetor de pesos usado, a função associada ao custo seja sempre a mais preponderante. Para contornar esta situação, multiplicamos as duas últimas funções por um fator de escala (constante), conseguindo-se assim equilibrar as ordens de grandeza. Esses fatores são obtidos através da razão entre o valor ótimo da função com maior ordem de grandeza e o valor ótimo da função que está a ser considerada, quando as funções são otimizadas isoladamente.

Sejam  $k_1$  e  $k_2$  as constantes a serem multiplicadas pela função objetivo  $F_2$  e  $F_3$ , respetivamente.

O modelo proposto pode ser então descrito como a seguir se apresenta,

$$\begin{array}{ll} \min & P_1 F_1 - P_2 k_1 F_2 + P_3 k_2 F_3 \\ \text{s.a} & (5.1)-(5.13). \end{array}$$

Com esta formulação pretendemos minimizar todos os custos e a data de entrega, e maximizando simultaneamente a qualidade. Como esta é apresentada na forma de um problema de minimização, trocamos o sinal da função  $F_2$ , para que esta seja maximizada.

#### 5.2.4 Modelo que usa o Método AHP (MAHP)

Este modelo tem por base a Programação Linear, usando também o método AHP, daí que seja designado por modelo MAHP. Para se usar este modelo é primeiramente necessário aplicar o método AHP para determinar a avaliação de cada fornecedor para cada produto considerando todos os critérios. Para isso, determinamos as matrizes de comparação de pares de critérios, as matrizes de comparação de fornecedores em relação a cada critério e cada produto e determinamos as médias geométricas, a partir delas obtemos os respetivos pesos de cada critério e as avaliações de cada fornecedor em relação a cada critério e a cada produto, tal como referido na Secção 3.3.2. Por fim, determinamos a avaliação de cada fornecedor para cada produto considerando todos os critérios. Essas avaliações obtidas serão exatamente os valores dos parâmetros  $a_{sp}$  definidos na Secção 5.2.1.

As restrições consideradas para este modelo são as restrições referidas na Secção 5.2.2. Assim, o modelo proposto é o que a seguir se apresenta.

$$\begin{aligned}
& \min \sum_{s \in S, p \in P_s, n \in N_{sp}} \frac{1}{a_{sp}} w_{spn} \\
& \text{s.a} \quad (5.1) - (5.13)
\end{aligned}$$

Com esta formulação pretendemos simultaneamente minimizar a quantidade de produtos pedida e garantir que essas quantidades sejam encomendadas aos fornecedores que apresentam uma maior avaliação para esse produto.

# Capítulo 6

## Resultados Computacionais

Neste capítulo são apresentados doze exemplos construídos aleatoriamente e três casos de estudo reais de projetos da empresa HFA. Para a obtenção de soluções para esses exemplos foram utilizados os dois modelos anteriormente descritos. Isto é, o modelo que usa a Programação Multi-Objetivo (MMO) e o modelo que usa o método AHP (MAHP), apresentados nas Secções 5.2.3 e 5.2.4, respetivamente. Para a obtenção dos resultados desses modelos é usado o software Xpress 7.3. Além disso, para a determinação da matriz de avaliação dos fornecedores usada no método AHP na segunda formulação, é utilizado o software *Java*. São apresentados os resultados obtidos para estes exemplos e os respetivos tempos de execução computacional.

Para obtenção de todos os resultados aqui apresentados foi utilizado um computador Intel(R) Pentium(R)Dual CPU T2330, 1.60GHz e 2.00GB de RAM.

### 6.1 Exemplos Gerados Aleatoriamente

Para a construção de cada exemplo, é necessário definir alguns parâmetros, como o número de produtos, de fornecedores e de condições de fornecimento que serão considerados em cada exemplo. Isto, porque para se realizar uma análise mais aprofundada, é necessário que os exemplos de teste não tenham dimensões muito elevadas, no entanto, há que ter em atenção que com exemplos demasiado reduzidos nem sempre se conseguem evidenciar todos os aspectos de interesse.

Depois de fixadas as dimensões dos exemplos, é necessário fixar o valor mínimo de encomenda associado a cada fornecedor, VME, sendo este um número inteiro pertencente ao intervalo  $[0, 200]$  bem como o respetivo custo de transporte que lhe está associado, sendo

este um valor inteiro, mais baixo do que o VME, situado no intervalo  $[0, 50]$ . Definimos depois o conjunto de produtos disponíveis em cada fornecedor bem como o número de patamares de desconto existente para cada um desses produtos.

Posteriormente, fixamos as quantidades mínimas de encomenda, QME, as taxas de defeito, os custos unitários e o tempo de entrega para cada patamar de desconto. O tempo de entrega associado a um produto, fornecido mediante diferentes condições de fornecimento, é diferente pois, quando há necessidade de encomendar uma maior quantidade de produto, o tempo de entrega poderá ser maior. Para as quantidades mínimas de encomenda foram gerados valores inteiros em  $[0, 600]$ . Para os custos unitários geramos valores pertencentes ao intervalo  $]0, 2]$  e para os tempos de entrega dos produtos consideramos o intervalo  $[0, 60]$ . Foi fixado também o número de unidades mínimas por pacote (inteiro), MPQ, no intervalo  $[0, 80]$ .

Por último, foram geradas as quantidades pedidas (inteiras), no intervalo  $]0, 600]$ , de cada um dos produtos considerados. Desta forma, construímos um total de doze exemplos aleatórios.

Seguidamente, analisamos em detalhe um dos exemplos aleatórios gerados, que contém 6 fornecedores, 4 produtos e 38 condições de fornecimento disponíveis. As duas tabelas seguintes contêm a informação referente a este exemplo. Na primeira é apresentada informação acerca da quantidade necessária de cada produto para a construção de um equipamento e na segunda é indicado o valor mínimo de encomenda (VME) estabelecido para cada fornecedor bem como o seu custo de transporte.

Produtos	1	2	3	4
Quantidades	120	60	30	120

Tabela 6.1: Informação da quantidade pedida de cada produto.

Fornecedores	Custo de Transporte	VME
$F_1$	30	190
$F_2$	25	125
$F_3$	5	100
$F_4$	25	40
$F_5$	25	195
$F_6$	30	60

Tabela 6.2: Informação do custo de transporte e do valor mínimo de encomenda de cada fornecedor.



Para aplicarmos o modelo MMO, é primeiramente necessário definir a preferência de cada critério para o objetivo final. Assumimos que o critério custo tem maior preferência, seguido pela qualidade e por último pela data de entrega do projeto. Posto isto, construímos aleatoriamente a matriz de comparação de critérios, tendo em conta as suas preferências e as condições referidas no Capítulo 3. Essa matriz é apresentada na Figura 6.1.

$$\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} C_1 & C_2 & C_3 \end{array} \\ \begin{array}{c} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{array} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 0.25 & 1 & 2 \\ 0.2 & 0.5 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

Figura 6.1: Matriz de comparação de critérios.

O passo seguinte é obter as matrizes de avaliação dos fornecedores em relação a cada um dos produtos e aos 3 critérios considerados. Para isso, é necessário construir 3 listas de fornecedores preferenciais sendo elas obtidas através da análise das condições de fornecimento disponíveis. Para a obtenção da lista associada ao critério custo, para um dado produto, é primeiramente necessário, para cada condição de fornecimento referente a esse produto, multiplicar a quantidade mínima que a define pelo respetivo custo unitário. Em função destas quantidades, é feita a ordenação dos fornecedores, a qual permite obter a lista pretendida. Para a obtenção das listas associadas aos critérios qualidade e data de entrega, para um dado produto, é utilizado o mesmo processo, sendo a ordenação pretendida definida através da taxa de defeito e do prazo de entrega, respetivamente.

Depois de construída cada uma das listas, as matrizes respetivas são geradas aleatoriamente, tendo em conta as preferências indicadas nessas listas. As matrizes geradas, que se encontram em anexo, não têm todas o mesmo tamanho, pois nem todos os fornecedores fornecem os mesmos produtos. Pelos Anexos 1, 2 e 3, onde apresentamos as matrizes de comparação de pares dos fornecedores em relação ao produto 1 para os três critérios considerados, verificamos que só existem dois fornecedores que podem fornecer este produto (fornecedores  $F_2$  e  $F_3$ ). Já o produto 2, cujas matrizes associadas se encontram nos Anexos 4, 5 e 6, pode ser fornecido por todos os fornecedores considerados.

Uma vez obtidas essas matrizes é então determinada a matriz final que contém a avaliação de cada fornecedor em relação a cada produto. Essa matriz é apresentada na Figura 6.2. Como se pode observar, em algumas entradas dessa matriz aparece o valor zero. Isto deve-se ao facto de alguns fornecedores não possuírem todos os produtos considerados,

assim, por conveniência, quando um fornecedor não possui um produto, a sua avaliação para esse mesmo produto é nula.

	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	P <sub>3</sub>	P <sub>4</sub>
F <sub>1</sub>	0	0.26	0.525	0.319
F <sub>2</sub>	0.607	0.089	0.196	0.062
F <sub>3</sub>	0.393	0.115	0.031	0
F <sub>4</sub>	0	0.386	0.06	0
F <sub>5</sub>	0	0.067	0	0.619
F <sub>6</sub>	0	0.083	0.188	0

Figura 6.2: Matriz com a avaliação de cada fornecedor em relação a cada produto.

Pelo método AHP, a matriz anterior com a avaliação de cada fornecedor para cada produto, indica qual o melhor fornecedor para cada um dos produtos, tendo em conta os três critérios. Assim, o fornecedor que possuir a maior avaliação para cada produto será o selecionado. Analisando de novo a matriz, concluímos então que os fornecedores selecionados para cada produto são os que a seguir se apresentam.

Produtos	3	1	2	4
Fornecedores	1	2	4	5

Tabela 6.3: Apresentação dos fornecedores selecionados pelo método AHP.

Contudo, no modelo MAHP proposto, a matriz apresentada na Figura 6.2 é utilizada apenas como input para a obtenção de uma formulação e não como ferramenta final de decisão. Com este modelo foram obtidos resultados após 0.287 segundos. Esses resultados são expostos de seguida, sendo o custo apresentado em euros e a data de entrega em dias.

Fornecedor	VME	Produto	Quantidade	Custo	Data entrega
1	190	2	100	22.4	12
		3	200	6	20
		4	200	162.8	56
3	100	1	150	107.55	44

Solução	333.75	56
---------	--------	----

Tabela 6.4: Resultados obtidos usando o modelo MAHP.

Dos resultados obtidos, concluímos que o orçamento final do projeto é de 333.75 euros e o prazo final de entrega de 56 dias. A solução apresentada é a que corresponde ao melhor orçamento, tendo em conta os três critérios considerados, sendo por isso a melhor solução para o problema.

Com este exemplo verificamos que, apesar de alguns fornecedores serem melhor avaliados para um dado produto no método AHP (Figura 6.2), nem sempre são os selecionados no modelo MAHP. Por exemplo, no AHP o fornecedor 2 é o que é selecionado para fornecer o produto 1 pois é o que possui uma melhor avaliação para esse produto, contudo, no modelo MAHP, para este produto, é selecionado o fornecedor 3. Isto deve-se ao facto de no método AHP a avaliação dos fornecedores em relação a um produto e ao critério custo só ter em conta o custo do produto e não o VME do fornecedor. Como o modelo apresentado tem em atenção esse aspeto, fazendo a melhor combinação dos fornecedores de forma a obter o melhor orçamento possível, é selecionado o fornecedor 3 em vez do fornecedor 2. Assim, verificamos que o resultado obtido pelo método AHP não se aproxima da solução obtida no modelo MAHP. No entanto, caso os VME não fossem considerados, por testes computacionais, sabemos que os resultados iriam coincidir. Pela Tabela 6.4, é possível verificar que todos os VME dos fornecedores são respeitados, daí que sejam considerados menos fornecedores na solução final comparativamente ao método AHP (uma vez que assim os VME dos fornecedores presentes na solução são mais facilmente atingidos).

Para analisarmos a coerência dos resultados obtidos, aplicamos ainda a este exemplo o modelo MMO.

Os resultados obtidos são apresentados de seguida.

Fornecedor	VME	Produto	Quantidade	Custo	Data entrega
1	190	2	100	22.4	12
		3	200	6	20
		4	200	162.8	56
3	100	1	150	107.55	44

Solução	333.75	56
---------	--------	----

Tabela 6.5: Resultados obtidos usando o modelo MMO.

O orçamento final do projeto é de 333.75 euros e o prazo final de entrega é de 56 dias. Assim, verificamos que os resultados obtidos tanto pelo modelo MAHP como pelo modelo MMO coincidem.

Uma vez apresentado e analisado este exemplo, são agora dados a conhecer os resultados

obtidos pelo modelo MAHP e pelo modelo MMO, quando aplicados aos restantes exemplos gerados aleatoriamente.

A comparação dos resultados obtidos pelos dois modelos é feita a nível de custo e data de entrega do projeto, sendo o custo o critério com maior preferência. Como meio de comparação apresentamos duas soluções de referência, obtidas através da formulação Multi-Objetivo do modelo MMO. Para a obtenção da primeira minimizou-se apenas a função custo, atribuindo às restantes duas funções um peso nulo, isto é, considerando o vetor de pesos  $(P_{C_1}, P_{C_2}, P_{C_3}) = (1, 0, 0)$ . Com isto, obtemos o menor orçamento possível sem ter em conta a data e a qualidade, ou seja, a solução de referência de custo mínimo. A segunda solução de referência é relativa à menor data de entrega, sendo por isso designada por solução de referência de data mínima. Esta é obtida através da minimização da data de entrega, atribuindo às restantes duas funções objetivo um peso nulo, isto é, considerando  $(P_{C_1}, P_{C_2}, P_{C_3}) = (0, 0, 1)$ . No processo de minimização desta última função podem ser encontradas várias soluções com a data de entrega mínima, pelo que a solução que apresentamos é simultaneamente a de menor custo.

A solução de referência para o critério qualidade não é aqui apresentada uma vez que não é interpretável no contexto do problema.

As soluções de referência determinadas permitem aferir sobre a qualidade das soluções obtidas pelos modelos MAHP e MMO. Para isso, foram calculadas as diferenças relativas entre as soluções obtidas pelos dois modelos e a solução de referência de custo mínimo. Estas são calculadas através da expressão

$$Gap := \frac{sol - sol_{ref}}{sol_{ref}} \times 100,$$

onde  $sol$  representa a solução do modelo MAHP ou do modelo MMO e  $sol_{ref}$  representa a solução de referência de custo mínimo.

Na Tabela 6.6 são dados a conhecer os resultados obtidos pela aplicação dos modelos MMO e MAHP aos doze exemplos gerados aleatoriamente, bem como as soluções de referência e as dimensões associadas a esses exemplos. As soluções obtidas pelos modelos MMO e MAHP são apresentadas em termos de orçamento total e prazo de entrega do projeto, sendo por isso os valores quantificados em euros e dias, respetivamente.

Ex.	S	P	SC	MMO	MAHP	Referência (Custo Mínimo)	Referência (Data Mínima)	Gap(%) (MMO)	Gap(%) (MAHP)
1	6	4	38	333.75 (56)	333.75 (56)	333.75 (56)	471.90 (32)	0.00	0.00
2	6	6	42	388.00 (56)	420.00 (56)	381.50 (56)	381.50 (56)	1.70	10.09
3	12	15	127	812.50 (40)	960.20 (60)	777.50 (56)	983.50 (32)	4.50	23.50
4	15	10	129	566.50 (60)	621.50 (60)	558.00 (60)	973.70 (24)	1.52	11.38
5	22	30	412	1563.00 (56)	1932.00 (60)	1549.50 (60)	2698.50 (28)	0.87	24.69
6	36	32	793	1436.50 (36)	1693.60 (60)	1411.00 (60)	2669.00 (12)	1.81	20.03
7	41	15	1042	400.50 (48)	551.60 (48)	374.50 (60)	1043.00 (8)	6.94	47.29
8	50	40	1771	1393.50 (48)	1726.65 (60)	1326.00 (60)	2652.00 (16)	5.09	30.21
9	57	20	1112	539.58 (60)	607.60 (60)	529.55 (60)	1588.55 (12)	1.89	14.74
10	40	26	730	1177.50 (56)	1402.50 (56)	1167.70 (56)	2191.00 (20)	0.12	20.11
11	63	35	1705	1096.35 (60)	1225.5 (60)	1093.10 (60)	2900.00 (12)	0.30	12.11
12	65	43	2011	1635.00 (40)	1872.20 (60)	1434.35 (60)	3499.30 (16)	13.99	30.52

Tabela 6.6: Número de fornecedores, produtos, condições de fornecimento, resultados obtidos usando os modelos MMO e MAHP, soluções de referência e diferenças relativas obtidas para todos os exemplos considerados.

Analisando esta tabela, verificamos que as soluções obtidas usando o modelo MMO, de uma forma geral, se aproximam das soluções de referência de custo mínimo. Isto acontece pois, apesar de neste modelo serem considerados os critérios custo, qualidade e data de entrega, é o custo o mais preponderante, sendo por isso o que tem maior influência para a obtenção da solução final. Contudo, o facto dos restantes dois critérios também serem tidos em conta no modelo MMO justifica as pequenas diferenças existente entre as soluções. O terceiro exemplo apresentado ilustra bem esta situação pois, usando o modelo MMO, obtém-se um custo superior ao custo mínimo de referência. No entanto, esse aumento é compensado com a redução do prazo de entrega em 16 dias.

Noutros exemplos, como é o caso do segundo, o custo da solução obtida pelo modelo MMO é ligeiramente superior ao custo mínimo de referência. Como a data de entrega é a mesma para estas duas soluções, a diferença do custo é justificada pela diferença de qualidade dos produtos.

Na maioria dos exemplos, os resultados obtidos através do modelo MAHP distanciam-se da solução de referência de custo mínimo. Isto deve-se ao facto desse modelo utilizar, para a obtenção de solução, as medidas de desempenho dos fornecedores em relação aos três critérios considerados e, uma vez que estas são obtidas através da atribuição de pesos, o modelo em causa será bastante subjetivo.

Verificamos também que as soluções de referência de data mínima são normalmente as que apresentam maior custo, uma vez que os fornecedores para um dado produto são escolhidos unicamente tendo em conta a data de entrega, isto é, são escolhidos se apresentarem a menor data de entrega, mesmo que o custo dos seus produtos seja elevado.

Ainda pela Tabela 6.6, podemos ver que as diferenças relativas obtidas entre a solução do modelo MAHP e a solução de referência de custo mínimo, apresentadas na última coluna dessa tabela variam entre 0 e 47.29 por cento. Por outro lado, as diferenças relativas existentes entre a solução obtida pelo modelo MMO e a solução de referência de custo mínimo, apresentadas na penúltima coluna variam entre 0 e 13.99 por cento. Assim, as diferenças relativas associadas a este último modelo são mais reduzidas que as do primeiro, comprovando o que acima foi referido, isto é, que as soluções obtidas pelo modelo MMO apresentam valores mais próximos da solução de referência de custo mínimo do que as soluções do modelo MAHP.

Os tempos de execução computacional dos dois modelos, quando estes são aplicados aos doze exemplos, são quase instantâneos, aumentando ligeiramente à medida que o número de produtos aumenta.

Estes foram aplicados a três casos de estudo fornecidos pela empresa HFA. Na secção seguinte apresentamos esses três casos de estudo, bem como os resultados e a análise da aplicação dos modelos MMO e MAHP, a esses exemplos.

## 6.2 Exemplos Provenientes da HFA

A HFA pretende desenvolver um algoritmo que determine o melhor orçamento para todas as componentes necessárias à construção de um determinado equipamento. A ideia é, dado um equipamento e as respetivas componentes necessárias à sua construção, seleccionar para cada uma dessas componentes um fornecedor, por forma a obter o melhor orçamento possível, tendo em conta o VME de cada fornecedor.

A empresa possui uma plataforma onde é registada toda a informação de encomendas realizadas pela empresa tal como, o fornecedor escolhido para a encomenda do produto, o custo unitário desse produto na compra de uma determinada quantidade, a taxa de defeito, a data de entrega, a quantidade mínima de unidades por pacote desse produto (MPQ), o valor mínimo de encomenda (VME) e ainda o custo de transporte associado ao fornecedor. Assim, as condições de fornecimento usadas para a aplicação dos modelos propostos são resultantes de registos de compras anteriores, ou seja, de faturas referentes a projetos antigos.

Como o preço unitário é influenciado pela quantidade de equipamentos encomendada, a empresa obtém muitas vezes orçamentos para valores diferentes dessas quantidades, por forma a perceber se existe compensação, a nível de orçamento, na produção de um número maior de equipamentos. A HFA fornece uma lista com as quantidades necessárias de cada componente, sendo ela referente apenas à construção de um equipamento. Assim, teremos de multiplicar as quantidades presentes nessa lista pelo número de equipamentos que se pretende construir, por forma a determinar o número total de componentes necessárias para o projeto. Por esta razão, aplicamos os dois modelos propostos (MMO e MAHP) a três projetos diferentes, considerando a produção de 1, 100 e 500 unidades do produto final.

De seguida, apresentamos uma tabela (Tabela 6.7) com os resultados obtidos pela aplicação dos dois modelos propostos aos exemplos da HFA, as soluções de referência de custo mínimo e data mínima e, para analisar a diferença existente em cada um dos exemplos, apresentamos também as diferenças relativas entre as soluções obtidas pelos modelos MMO e MAHP e as soluções de referência de custo mínimo.

	Qt	S	P	SC	MMO	MAHP	Referência (Custo Mínimo)	Referência (Data Mínima)	Gap(%) (MMO)	Gap(%) (MAHP)
Ex.1	1	46	104	1253	33719.70 (30)	34538.90 (30)	33528.50 (30)	33993.50 (29)	0.57	3.01
	100	46	104	1253	45840.10 (30)	49675.80 (30)	45434.90 (30)	45434.90 (30)	0.89	9.33
	500	46	104	1253	49065.20 (30)	55861.80 (30)	48573.50 (30)	48573.50 (30)	1.02	15.00
Ex.2	1	38	35	494	15111.20 (29)	15125.80 (29)	15107.00 (30)	15428.10 (24)	0.03	0.12
	100	38	35	494	15263.80 (25)	15521.70 (29)	15235.70 (30)	15626.00 (24)	0.18	1.89
	500	38	35	494	17249.10 (25)	17314.90 (29)	16825.80 (30)	17219.40 (24)	2.52	2.90
Ex.3	1	49	58	1071	686.70 (30)	686.80 (30)	680.10 (30)	1096.83 (25)	0.97	0.99
	100	49	58	1071	888.20 (30)	1005.40 (30)	884.79 (30)	1373.26 (25)	0.39	13.63
	500	49	58	1071	1280.50 (30)	1881.40 (30)	1272.90 (30)	3169.80 (25)	0.60	47.80

Tabela 6.7: Número de unidades de equipamentos finais, número de fornecedores, número de produtos, número de condições de fornecimento, resultados obtidos usando os modelos MMO e MAHP, soluções de referência de custo mínimo e data mínima e diferenças relativas.



Analisando os resultados apresentados nesta tabela, verificamos que as soluções obtidas usando o modelo MMO, de uma forma geral, são próximas das soluções de referência de custo mínimo. Isto deve-se mais uma vez ao facto de se considerar o critério custo como critério preferencial neste modelo. A pequena diferença de resultados existente advém de serem considerados também neste modelo os critérios qualidade e data de entrega, apesar destes não serem tão preponderantes.

Comparando os resultados obtidos através do modelo MAHP com a solução de referência de custo mínimo, verificamos que os resultados são mais distantes do que no caso do modelo MMO. Isto deve-se mais uma vez ao facto do modelo MAHP utilizar como medida de comparação o desempenho dos fornecedores em relação aos três critérios considerados.

Tal como no exemplos aleatórios, verificamos que na maior parte dos casos a solução de referência de data mínima é a que apresenta maior custo. Este tipo de soluções é útil quando à empresa são impostos prazos de entrega de projetos muito reduzidos, optando esta por pagar as componentes mais caras, por forma a cumprir as datas estipuladas.

Podemos ver que as diferenças relativas existentes entre a solução obtida pelo modelo MAHP e a solução de referência de custo mínimo, apresentadas na última coluna da Tabela 6.7, variam entre 0.12 e 47.80 por cento. Por outro lado, as diferenças relativas entre a solução obtida pelo modelo MMO e a solução de referência de custo mínimo, apresentadas na penúltima coluna, variam entre 0.03 e 2.52 por cento, sendo normalmente mais reduzidas do que as primeiras, comprovando-se mais uma vez o que acima foi referido, isto é, que as soluções obtidas no modelo MMO apresentam valores mais próximos da solução de referência de custo mínimo do que as soluções do modelo MAHP.

Comparativamente ao caso anterior, isto é, à análise dos resultados obtidos para os exemplos aleatórios, podemos concluir que as diferenças relativas associadas aos exemplos da empresa HFA variam numa amplitude menor. Isto deve-se ao facto dos exemplos da HFA serem menos complexos do que os exemplos gerados, uma vez que nos dados usados a maior parte dos patamares de desconto são definidos de forma grosseira e muitos dos VME dos fornecedores não são considerados. Assim, de um modo geral, modelos MMO e MAHP fornecem melhores resultados para os projetos fornecidos pela HFA do que para os exemplos gerados aleatoriamente.

Um último aspeto que importa também realçar, apesar de não ser aqui apresentado, é o facto da maior parte dos fornecedores considerados nos exemplos da HFA possuir VME nulo, sendo por isso os resultados obtidos usando o modelo MAHP muito próximos dos

resultados que se obtêm quando apenas se aplica o método AHP tradicional, descrito no Capítulo 3.

Os tempos de execução computacional não são aqui apresentados pois são praticamente instantâneos, permitindo assim obter a solução para o problema de forma rápida, tal como era desejado pela empresa.

# Capítulo 7

## Conclusão

Neste último capítulo fazemos uma síntese das principais conclusões da dissertação apresentada, sugerindo também algumas propostas de melhoria à empresa *Talents & Treasures*.

Começamos por apresentar uma revisão bibliográfica de todos os critérios apresentados na literatura ao longo do tempo, referindo a importância dada por alguns autores a cada um deles. Concluímos que os critérios preferenciais ao longo dos anos têm mudado, apesar do preço, qualidade e data de entrega serem quase sempre dominantes. Nos tempos de hoje, existe uma grande concorrência entre os fornecedores, que faz com que cada vez mais as empresas estabeleçam com eles fortes ligações, tornando a relação comprador-fornecedor um critério com grande importância.

Seguidamente, estudamos o método AHP, que tem sido uma das técnicas mais usadas ao longo do tempo para resolver problemas de seleção de fornecedores multi-critério. Este método considera critérios qualitativos e quantitativos, sendo a consideração de critérios qualitativos uma grande vantagem. São ainda dadas a conhecer duas novas abordagens nas quais se aplica o método AHP ao problema de seleção de fornecedores para vários produtos.

Posteriormente, estudamos um modelo que tem por base a Programação Multi-Objetivo, considerando os critérios como funções objetivo a serem otimizadas, sendo a consideração desses vários critérios, uma grande vantagem deste método. Para a resolução deste modelo aplica-se o método da Soma Ponderada, que combina as funções objetivo numa única função, através da utilização de pesos.

Seguidamente estudamos o problema de seleção de fornecedores proposto pela empresa HFA no âmbito do estágio decorrido na empresa *Talents & Treasures* sendo este o principal

objetivo desta dissertação. Este problema consiste na seleção de fornecedores para vários produtos tendo em conta o número de unidades por pacote (MPQ), valores mínimos de encomenda (VME) e custos de transporte associados aos fornecedores e ainda descontos de quantidade. Apresentamos a descrição detalhada deste mesmo problema e propomos dois modelos que para ele permitem obter soluções, sendo que num deles é usada a Programação Multi-Objetivo (MMO) e noutro o método AHP (MAHP).

Posteriormente, usamos os dois modelos propostos para obter soluções para doze exemplos aleatórios, gerados com o objetivo de estudar a consistência destes modelos. Uma vez obtidas as soluções para estes exemplos efetuamos a sua análise. Para reforçar as conclusões dessa análise, os modelos propostos são aplicados numa vertente real, isto é, são aplicados a três exemplos fornecidos pela HFA considerando diferentes quantidades de equipamentos finais, por forma a perceber se, em termos de custo, compensa à HFA obter orçamentos para diferentes quantidades do produto final.

De um modo geral, os exemplos da HFA considerados são menos complexos do que os exemplos aleatórios pois na maior parte das vezes são poucos os patamares de desconto que realmente interessa considerar, uma vez que alguns deles são definidos de forma muito grosseira, e também porque os VME são considerados como nulos para a maior parte dos fornecedores. Assim, as soluções obtidas pelos dois modelos são mais próximas das soluções de referência de custo mínimo, ou seja, obtém-se um melhor resultado para estes exemplos do que para os exemplos gerados aleatoriamente.

Contudo, tanto para os exemplos aleatórios como para os exemplos da HFA, as soluções obtidas pelo modelo MAHP afastam-se das soluções de referência de custo mínimo. Isto deve-se ao facto deste modelo integrar o método AHP que é um método bastante subjetivo, devido à atribuição de pesos aos fornecedores.

Por outro lado, as soluções obtidas pelo modelo MMO estão próximas das soluções de referência de custo mínimo, tanto no caso aleatório como no caso real. Isto deve-se ao facto do critério custo ser considerado preferencial sendo por isso a solução obtida muito influenciada por esse critério. Assim, o modelo MMO pode ser usado pela empresa, pois consegue fornecer orçamentos que se aproximam da solução de referência de custo mínimo tendo em conta a qualidade e a data de entrega.

Além disso, o facto dos tempos computacionais de execução destes modelos serem praticamente instantâneos para todos os exemplos testados é uma mais valia, o que reforça a ideia de que estes modelos cumprem com os requisitos estabelecidos pela empresa.

Uma proposta de melhoria para a empresa seria atualizar toda a informação existente

na base de dados sobre cada fornecedor, completando os patamares de desconto referentes a cada produto, os custos de transporte e os valores mínimos de encomenda associados a cada fornecedor. Esta reorganização possibilitaria a obtenção de orçamentos mais fidedignos dos que se obtêm atualmente na empresa.



# Bibliografia

- [1] Abratt R, Industrial buying in high-tech markets. *Industrial Marketing Management*, 15, 293–298, 1986.
- [2] Aissaoui N, Haouari M, Hassini E, Supplier selection and order lot sizing modeling: a review. *Computers & Operations Research*, 34, 3516–3540, 2007.
- [3] Arikan F, Multiple objective fuzzy sourcing problem with multiple items in discount environments. *Mathematical Problems in Engineering*, 2015, 1-14, 2015.
- [4] Arroyo JEC, Heurísticas e meta heurísticas para otimização combinatória multiobjetivo. Tese de doutoramento, Uniramp, 2002.
- [5] Betul O, Basigil H, Ahin NS, Supplier selection using analytic hierarchy process: an application. *Proceedings of the World Congress on Engineering*, 2, 130-143 2011.
- [6] Bilisik ME, Âglar NC, Bilis ONA, A comparative performance analyze model and supplier positioning in performance maps for supplier selection and evaluation. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 58, 1434–1442, 2012.
- [7] Billesbach TJ, Harrison A, Croom-Morgan S, Supplier performance measures and practices in JIT companies in the US and UK. *International Journal of Purchasing and Materials Management*, 21, 24–28, 1991.
- [8] Costa M, Requejo C, Rodrigues F, The suppliers selection problem: a case study. Artigo aceite para publicação em *Springer*, 2015.
- [9] Dahel NE, Vendor selection and order quantity allocation in volume discount environments. *Supply Chain Management: An International Journal*, 8, 335-342, 2003.

- [10] Diakoulaki D, Mavrotas G, Papayannakis L, Determining objective weights in multiple criteria problems, the CRITIC method. *Computer & Operations Research*, 22, 763-770,1995.
- [11] Dickson GW, An analysis of vendor selection: systems and decisions. *Journal of Purchasing*, 1, 5–17, 1966.
- [12] Dyer RF, Forman EH, Group decision support with the analytic hierarchy process. *Decision support system*, 8, 99-124, 1992.
- [13] Ellram L, The supplier selection decision in strategic partnerships. *Journal of Purchasing Material Management*, 26, 8–14, 1990.
- [14] Feng B, Fan ZP, Li Y, A decision method for supplier selection in multiservice outsourcing. *International Journal of Production Economics*, 132, 240-250, 2011.
- [15] Ha SH, Krishnan R, A hybrid approach to supplier selection for the maintenance of a competitive supply chain. *Expert Systems with Applications*, 34, 1303–1311, 2008.
- [16] Halley A, La contribution des fournisseurs privilégiés à l'intégration des la chaîne logistique mythe ou réalité. *Logistique et management*, 8, 23-45, 2000.
- [17] Horn J, Handbook of Evolutionary Computation. Publishing Ltd and Oxford University Press, England, 1997.
- [18] Kumar S, Parashar N, Analytical Hierarchy Process applied to vendor selection problem: small scale, medium scale and large scale industries, *Business Intelligence Journal*, 2, 355-362, 2009.
- [19] Lehmann DR, O'Shaughnessy J, Difference in attribute importance for different industrial products. *Journal of Marketing*, 38, 36–42, 1974.
- [20] Liao CN, Supplier selection project using an integrated Delphi, AHP and Taguchi loss function. *ProbStat Forum*, 3, 118–134, 2010.
- [21] Mehralian G, Rajabzadeh GA, Morakabzti H, Vatanpour H, Developing a suitable model for supplier selection based on supply chain risks: an empirical study from Iranian pharmaceutical companies. *Iranian Journal of Pharmaceutical Research*, 11, 209–219, 2012.



- [22] Min H, Galle WP, Electronic commerce usage in business-to-business purchasing. *International Journal of Operations & Production Management*, 19, 909–921, 1999.
- [23] Narasimhan R, Talluri S, Mahapatra SK, Multiproduct multicriteria model for supplier selection with product life-cycle considerations. *Decision Sciences*, 37, 577-603, 2006.
- [24] Nazari-Shirkouhi S, Shakouri H, Javadi B, Keramati A, Supplier selection and order allocation problem using a two-phase fuzzy multi-objective linear programming. *Applied Mathematical Modeling*, 37, 9308-9323, 2013.
- [25] Özkan B, Basligil H, Sahin N, Supplier selection using analytic hierarchy process: an application from turkey. *Proceeding of the World Congress on Engineering*, 2, 6-8, 2011.
- [26] Ozkok BA, Tiryaki F, A compensatory fuzzy approach to multi-objective linear supplier selection problem with multiple-item. *Expert Systems with Applications*, 38, 11363-11368, 2011.
- [27] Parthiban P, Zubar HA, Garge CP, A multicriteria decision making approach for suppliers selection. *Procedia Engineering*, 38, 2312–2328, 2012.
- [28] Peng J, Selection of logistics outsourcing service suppliers based on AHP. *Energy Procedia*, 17, 595–601, 2012.
- [29] Pereira GW, Aplicação da técnica de recozimento simulado em problemas de planejamento florestal multiobjetivo. Tese de mestrado, Belo Horizonte, 2004.
- [30] Perreault WD, Russ FA, Physical distribution service in industrial purchase decisions. *Journal of Marketing*, 40, 3–10, 1976.
- [31] Pi WN, Low C, Supplier evaluation and selection Taguchi loss functions. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 26, 155–160, 2005.
- [32] Pi WN, Low C, Supplier evaluation and selection via Taguchi loss functions and an AHP. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 27, 625– 630, 2006.
- [33] Razmi J, Maghool E, Multi-item supplier selection and lot-sizing planning under multiple price discounts using augmented  $\varepsilon$ -constraint and Tchebyche method. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 49, 379-392, 2010.

- [34] Roa CP, Kiser GE, Educational buyer's perception of vendor attributes. *Journal of Purchasing Material Management*, 16, 25–30, 1980.
- [35] Rodrigues F, Problema de seleção de fornecedores para vários produtos considerando descontos de qualidade. Tese de Mestrado, Universidade de Aveiro, 2015.
- [36] Saaty TL, The analytic hierarchy process. McGraw-Hill, New York, 1980.
- [37] Saaty TL, Fundamentals of Decision Making and Priority Theory. Pittsburgh, RWS Publications, 2000.
- [38] Sanayei A, FaridMousavi S, Abdi MR, Mohaghar A, An integrated group decision-making process for supplier selection and order allocation using multi-attribute utility theory and linear programming. *Journal of the Franklin Institute*, 345, 731–747, 2008.
- [39] Santos RF, Viagi AF, Uso do Método AHP (Analytic Hierarchy Process) para otimizar a cadeia de suprimento durante o desenvolvimento integrado de produtos. Apresentado em *XII Simpósio de Administração da Produção, Logística e Operações Internacionais*, 1-12, 2009.
- [40] Stamm CL, Golhar DY, JIT purchasing attribute classification and literature review. *Production Planning & Control*, 4, 273–282, 1993.
- [41] Stavropolous N, Suppliers in the new economy. *Telecommunication Journal of Australia*, 50, 27–29, 2000.
- [42] Teeravaraprug J, Outsourcing and vendor selection model based on Taguchi loss function. *Songklanakarin Journal of Science and Technology*, 30, 523–530, 2008.
- [43] Tektas A, Aytekin A, Supplier selection in the international environment: a comparative case of a Turkish and an Australian company. *IBIMA Business Review*, 2011, 1-14, 2011.
- [44] Torabi SA, Hassini E, An interactive possibilistic programming approach for multiple objective supply chain master planning. *Fuzzy Sets and Systems*, 159, 193-214, 2008.
- [45] Torabi SA, Hassini E, Multi-site production planning integrating procurement and distribution plans in multi-echelon supply chains: an interactive fuzzy goal programming approach. *International Journal of Production Research*, 47, 5475-5499, 2009.

- [46] Veldhuizen VDA, Lamont GB, Multiobjective evolutionary algorithms: analyzing the state-of-the-art. *Evolutionary Computation*, 8, 125-147, 2000.
- [47] Wadhwa V, Ravindran AR, Vendor selection in outsourcing. *Computers & Operations Research*, 34, 3725-3737, 2007.
- [48] Weber CA, Current JR, Benton WC, Vendor selection criteria and methods. *European Journal of Operational Research*, 50, 2-18, 1991.
- [49] Wind Y, Green PE, Robinson PJ, The determinants of vendor selection: the evaluation function approach. *Journal of Purchasing*, 4, 29-42, 1968.
- [50] Xia W, Wu Z, Supplier selection with multiple criteria in volume discount environments. *Omega*, 35, 494-504, 2007.
- [51] Xie X, Ding H, Benyoucef L, Supplier selection problem: selection criteria and methods. *Institut Nacional de Recherche en Informatique et en Automatique*, 4726, 1-38, 2003.
- [52] Zarandi M, Saghiri S, A comprehensive fuzzy multi-objective model for supplier selection process. In FUZZ '03, The 12th IEEE International Conference on Fuzzy System, 1, 368-373, 2003.
- [53] Zitzler E, Evolutionary algorithms for multiobjective optimization: methods and applications. Tese de Doutorado, Instituto Federal de Tecnologia de Zurich, Swiss, 1999.



# Apêndice

Neste apêndice apresentamos todas as matrizes de comparação dos fornecedores em relação a cada um dos produtos e a cada um dos critérios. Estas matrizes são usadas na Secção 6.1 para aplicação do método AHP, sendo apresentadas de seguida.

$$\begin{array}{c} \begin{array}{cc} & F_3 & F_2 \\ F_3 & \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \\ F_2 & \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \end{array} \end{array}$$

**Apêndice 1:** Matriz de pares de comparações dos fornecedores em relação ao produto 1 e ao critério custo.

$$\begin{array}{c} \begin{array}{cc} & F_3 & F_2 \\ F_3 & \begin{bmatrix} 1 & 8 \end{bmatrix} \\ F_2 & \begin{bmatrix} 0.125 & 1 \end{bmatrix} \end{array} \end{array}$$

**Apêndice 2:** Matriz de pares de comparações dos fornecedores em relação ao produto 1 e ao critério qualidade.

$$\begin{array}{c} \begin{array}{cc} & F_3 & F_2 \\ F_3 & \begin{bmatrix} 1 & 5 \end{bmatrix} \\ F_2 & \begin{bmatrix} 0.2 & 1 \end{bmatrix} \end{array} \end{array}$$

**Apêndice 3:** Matriz de pares de comparações dos fornecedores em relação ao produto 1 e ao critério data de entrega.

	F <sub>4</sub>	F <sub>1</sub>	F <sub>3</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>6</sub>	F <sub>5</sub>
F <sub>4</sub>	1	7	8	9	9	9
F <sub>1</sub>	0.143	1	1	7	9	9
F <sub>3</sub>	0.125	1	1	5	5	6
F <sub>2</sub>	0.111	0.143	0.2	1	3	3
F <sub>6</sub>	0.111	0.111	0.2	0.333	1	4
F <sub>5</sub>	0.111	0.111	0.167	0.333	0.25	1

**Apêndice 4:** Matriz de pares de comparações dos fornecedores em relação ao produto 2 e ao critério custo.

	F <sub>4</sub>	F <sub>1</sub>	F <sub>3</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>6</sub>	F <sub>5</sub>
F <sub>4</sub>	1	6	6	8	8	8
F <sub>1</sub>	0.167	1	5	9	9	9
F <sub>3</sub>	0.167	0.2	1	7	8	8
F <sub>2</sub>	0.125	0.111	0.143	1	2	3
F <sub>6</sub>	0.125	0.111	0.125	0.5	1	5
F <sub>5</sub>	0.125	0.111	0.125	0.333	0.2	1

**Apêndice 5:** Matriz de pares de comparações dos fornecedores em relação ao produto 2 e ao critério qualidade.

	F <sub>4</sub>	F <sub>1</sub>	F <sub>3</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>6</sub>	F <sub>5</sub>
F <sub>4</sub>	1	4	7	7	8	8
F <sub>1</sub>	0.25	1	2	4	8	9
F <sub>3</sub>	0.143	0.5	1	5	7	7
F <sub>2</sub>	0.143	0.25	0.2	1	2	7
F <sub>6</sub>	0.125	0.125	0.143	0.5	1	8
F <sub>5</sub>	0.125	0.111	0.143	0.143	0.125	1

**Apêndice 6:** Matriz de pares de comparações dos fornecedores em relação ao produto 2 e ao critério data de entrega.

	F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>6</sub>	F <sub>4</sub>	F <sub>3</sub>
F <sub>1</sub>	1	7	8	9	9
F <sub>2</sub>	0.143	1	4	5	8
F <sub>6</sub>	0.125	0.25	1	8	9
F <sub>4</sub>	0.111	0.2	0.125	1	1
F <sub>3</sub>	0.111	0.125	0.111	1.	1

**Apêndice 7:** Matriz de pares de comparações dos fornecedores em relação ao produto 3 e ao critério custo.

	F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>6</sub>	F <sub>4</sub>	F <sub>3</sub>
F <sub>1</sub>	1	8	9	9	9
F <sub>2</sub>	0.125	1	4	9	8
F <sub>6</sub>	0.111	0.25	1	6	9
F <sub>4</sub>	0.111	0.111	0.167	1	5
F <sub>3</sub>	0.111	0.111	0.125	0.2	1

**Apêndice 8:** Matriz de pares de comparações dos fornecedores em relação ao produto 3 e ao critério qualidade.

	F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>6</sub>	F <sub>4</sub>	F <sub>3</sub>
F <sub>1</sub>	1	6	7	9	9
F <sub>2</sub>	0.167	1	6	7	8
F <sub>6</sub>	0.143	0.167	1	3	4
F <sub>4</sub>	0.111	0.143	0.333	1	4
F <sub>3</sub>	0.111	0.125	0.25	0.25	1

**Apêndice 9:** Matriz de pares de comparações dos fornecedores em relação ao produto 3 e ao critério data de entrega.

$$\begin{array}{c} F_5 \\ F_1 \\ F_2 \end{array} \begin{bmatrix} F_5 & F_1 & F_2 \\ 1 & 3 & 9 \\ 0.333 & 1 & 5 \\ 0.111 & 0.2 & 1 \end{bmatrix}$$

**Apêndice 10:** Matriz de pares de comparações dos fornecedores em relação ao produto 4 e ao critério custo.

$$\begin{array}{c} F_5 \\ F_1 \\ F_2 \end{array} \begin{bmatrix} F_5 & F_1 & F_2 \\ 1 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 5 \\ 0.25 & 0.2 & 1 \end{bmatrix}$$

**Apêndice 11:** Matriz de pares de comparações dos fornecedores em relação ao produto 4 e ao critério qualidade.

$$\begin{array}{c} F_5 \\ F_1 \\ F_2 \end{array} \begin{bmatrix} F_5 & F_1 & F_2 \\ 1 & 8 & 9 \\ 0.125 & 1 & 7 \\ 0.111 & 0.143 & 1 \end{bmatrix}$$

**Apêndice 12:** Matriz de pares de comparações dos fornecedores em relação ao produto 4 e ao critério data de entrega.